



Modélisation de phénomènes collectifs en sciences économiques et sociales

Jean-Pierre Nadal

Laboratoire de Physique Statistique de l'ENS

et

Centre d'Analyse et de Mathématique Sociales, EHESS

nadal@lps.ens.fr

<http://www.lps.ens.fr/~nadal/>



Phénomènes collectifs en sciences sociales

Choix discrets sous influence sociale



- Variations sur le thème « **Qui se ressemble s'assemble** »
Ségrégation (**T. C. Schelling**). Formation de coalitions (**Axelrod**).
Analogie avec le modèle de mémoire associative de **Hopfield** (mémoire à court-terme),
et avec des modèles de « **spins d'Ising** ».
- Retour sur des notions de base :
 - **Dynamiques et Equilibres** (systèmes dynamiques, physique, théorie des jeux)
 - Règle de décision : **compromis exploration/exploitation**
- Expériences en laboratoire
économie expérimentale, « Behavioral Game Theory ».
- **Agents hétérogènes en interaction**
 - **Mimétisme informationnel** (A. Orléan)
 - « **Le séminaire mourrant** » (T. C. Schelling) et variantes
- **Apprentissage / adaptation**
apprentissage par renforcement. Modélisation et données empiriques
 - ✓ El Farol / Minority Game
 - ✓ Marché aux poissons de Marseille
 - ✓ Le séminaire mourrant / apprentissage comportemental (à la Camerer)



choix discrets



- choix binaire

trier/ne pas trier ses déchets ménagers

assister/ne pas assister au cours

voter pour/contre la constitution européenne

acheter/ne pas acheter le dernier Harry Potter

fumer/ne pas fumer

groupe A/groupe B,

action 1/action 2, stratégie 1/ stratégie 2 (coopérer/trahir,...) ;

neurone actif/inactif, spin d'Ising +/-,

...

- choix multiples

choisir pour quel candidat voter aux élections présidentielles

choisir un fournisseur d'accès internet

...

?

Proba (choix |

information (privée ou publique),

expérience,

préférences personnelles,

contrainte budgétaire,

choix des autres

(des amis, de collègues, de l'ensemble de la population (sondages))

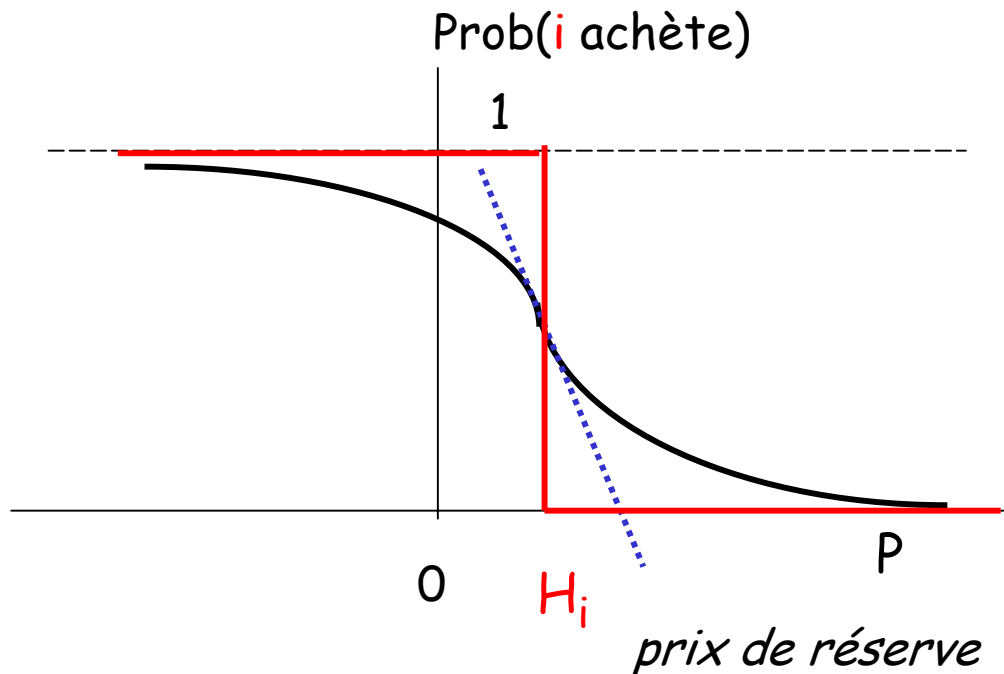


Choix binaire : seuil de décision



N agents : $i = 1, 2, \dots, N$
choix de l'agent numéro i

si on varie un paramètre
(le coût ou le prix) :



Proba (choix |
information (privée ou publique),
expérience,
préférences personnelles,
contrainte budgétaire, ...)

$$\text{'surplus'} = H_i - P$$

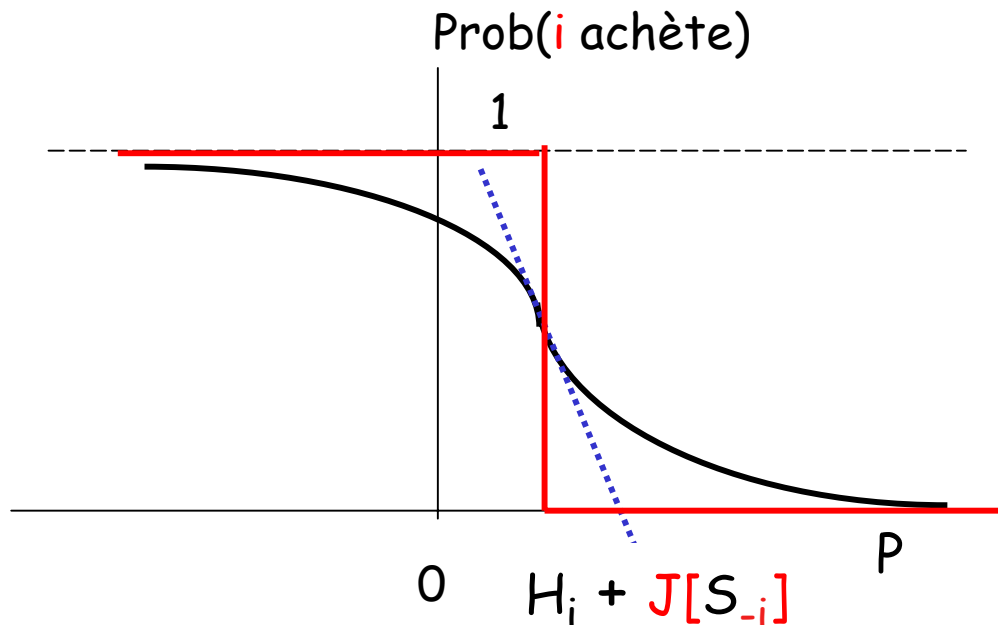


+ interaction sociale



- N agents : $i = 1, 2, \dots, N$
choix de l'agent numéro i

si on varie un paramètre
(le coût ou le prix) :



Proba (choix |
information (privée ou publique),
expérience,
préférences personnelles,
contrainte budgétaire,

$$\text{'surplus'} = H_i - P + J[S_{-i}]$$

choix des autres) $S_{-i} = \{ \text{choix de tous les agents excepté celui de } i \}$



utilité / gain



- N agents : $i = 1, 2, \dots, N$ Choix discrets - cas binaire :
 - choix de l'agent numéro i : $\omega_i = 1 / \omega_i = 0$ ou : $S_i = +1 / S_i = -1$
 - Pour chaque agent i : $u_i (S_i, S_{-i}) =$ utilité, ou surplus, ou gain
- $S_{-i} = \{$ choix des agents autres que $i\}$ ou $\{$ choix des agents 'voisins' de $i\}$

- Exemples : $u_i (S_i, S_{-i}) = S_i h_i$ avec : $h_i (S_{-i}) = H_i + \sum_k J_{i k} S_k$
- $u_i (\omega_i, \omega_{-i}) = \omega_i h_i$ avec : $h_i (\omega_{-i}) = H_i + \sum_k J_{i k} \omega_k$

$$J[S_{-i}] = \sum_k J_{i k} S_k$$

$J_{i k}$ = influence de l'agent numéro k sur l'agent numéro i (0 , > 0 ou < 0)

H_i = préférence individuelle / prix de réserve - prix /, ...

$H_i = -\theta_i$: θ_i = seuil d'activation / de décision

$\underline{S} = \{$ choix de tous les agents $\} = \{S_1, S_2, \dots, S_N\} =$ « configuration »

$S_{-i} = \{$ choix de tous les agents excepté celui de $i\} = \{S_1, \dots, S_{i-1}, S_{i+1}, \dots, S_N\}$



Dynamiques et Equilibres



- Notions de base : Choix discrets - Dynamiques et Equilibres
 - Point fixe d'une dynamique déterministe
 - cas particulier avec « énergie » / fonction de Lyapounov
 - Dynamique stochastique avec potentiel (énergie) : Boltzmann
 - Nash ; Equilibre de Nash en Stratégie Mixte (MSE) ;
Quantal Response Equilibrium (QRE) / « champ moyen »
 - Dynamique de meilleure réponse
 - Dynamique de population
 - **Illustration** : Jeu à deux joueurs - QRE *versus* dynamique de populations
- **Expérimentation** : comparaison comportements / modèles



- **Dynamique déterministe** : à tout instant t ,
maximisation de l'**utilité** - sans anticipation : dynamique « myope »
(dynamique parallèle ou séquentielle) : (stratégie de *meilleure réponse*)

$$S_i(t+1) = \text{choix } S_i \text{ qui maximise } u_i(S_i, S_{-i}(t))$$

soit :

$$S_i(t+1) = +1 \quad \text{si : } h_i(t) = \sum_k J_{ik} S_k(t) + H_i > 0,$$

$$S_i(t+1) = -1 \quad \text{sinon}$$

- **Cas d'interactions symétriques**, dynamique séquentielle :
{attracteurs} = {points fixes} = {minima de $E(\underline{S})$ }.



▪ Dynamique stochastique

(bain thermique, bruit synaptique, main tremblante)

$$p(S_i(t+1) = S) = f(u_i(S, S_{-i}(t))) / Z(S_{-i}(t))$$

$$Z(S_{-i}(t)) = \sum_S f(u_i(s, S_{-i}(t)))$$

par exemple **logistic** : $f(u) = \exp \beta u$

$$p(S_i = +1) = 1/[1 + \exp - 2\beta h_i]$$

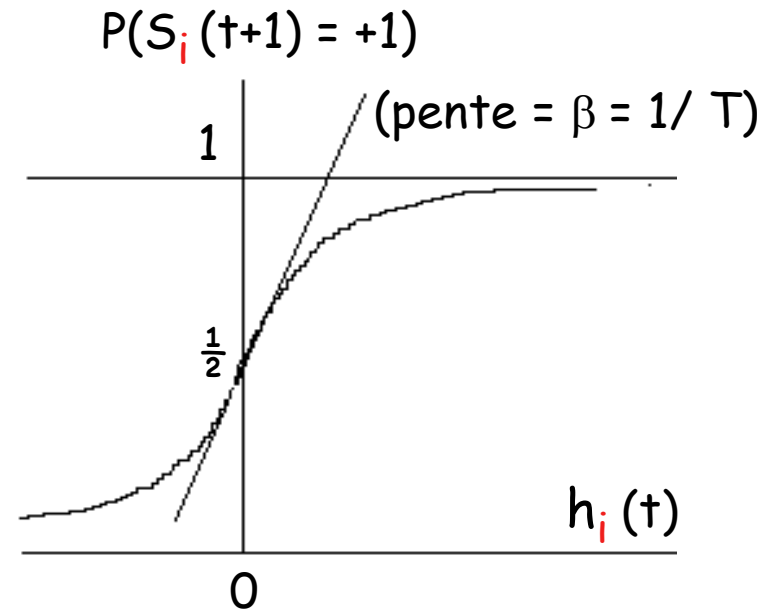
Avec interactions symétriques

$T = \text{'température'} = 1/\beta$

$$P_{\text{éq.}}(\underline{S}) = (1/Z) \exp - \beta E(\underline{S}).$$

= distribution de **Boltzmann** (1844 - 1906)

(→ 'potential games' en théorie des jeux)





Choix discrets - exemple du cas binaire :

\underline{S} = ensemble des choix de tous les agents
= $\{S_1, S_2, \dots, S_N\}$ = « configuration »

• « Utilité sociale » ? $U(\underline{S}) = \sum_i u_i(S_i, S_{-i})$

• Cas avec symétrie des influences
(pour toute paire (i,k) , $J_{ik} = J_{ki}$)

dynamique « myope » : minimisation de l'« énergie »

$$E(\underline{S}) = -\frac{1}{2} \sum_{i,k} J_{ik} S_i S_k - \sum_i S_i H_i$$

• Rem. : en général $U(\underline{S}) \neq -E(\underline{S})$ (et $U(\underline{S}) \neq -2E(\underline{S})$)



- **Nash :**

\underline{S}^* est un équilibre de Nash si, pour tout i :

$$u_i(S_i^*, S_{-i}^*) \geq u_i(S_i, S_{-i}^*) \text{ quel que soit } S_i.$$

- selon les cas, il existe 0, 1 ou plusieurs équilibres de Nash.
- un point fixe attractif de la dynamique déterministe est un équilibre de Nash.

- **Equilibre de Nash en Stratégie Mixte**
(Mixed-Strategy Equilibrium)

Chaque joueur i joue la stratégie S_i avec une probabilité $p_i(S_i)$

Gain anticipé par i : $\langle u_i(S_i) \rangle = \sum_{\{S_{-i}\}} p(S_{-i}) u_i(S_i, S_{-i})$

MSE : $\langle u_i(S_i) \rangle$ identique quel que soit S_i .

- il existe toujours un MSE.



- Quantal Response Equilibrium (QRE)

Réf. : McKelvey and Palfrey, Quantal response equilibria for normal form games, *Games and economic behavior*, 7:6-38 (1995)

$$p_i (S_i) = f (\langle u_i (S_i) \rangle) / \sum_{\{s\}} f (\langle u_i (s) \rangle)$$

($\langle u_i (S_i) \rangle$ = gain anticipé par i s'il choisit la stratégie S_i)

Exemple (logistic) :

$$f(x) = \exp (\beta x).$$

- remarque : QRE \approx « approximation de champ moyen » en physique



Règle de décision



Dynamique myope :

$$p(S_i(t+1) = S) = f (u_i (S, S_{-i}(t)) / Z(S_{-i}(t))$$

$$Z(S_{-i}(t)) = \sum_{\{s\}} f (u_i (s, S_{-i}(t))$$

Equilibre QRE

$$p_i (S_i = S) = f (\langle u_i (S) \rangle) / Z$$

$$Z_i = \sum_{\{s\}} f (\langle u_i (s) \rangle)$$

Choix fréquent :

$$f(x) = \exp (\beta x)$$

Justification :

compromis exploration/exploitation



Cas de jeux à 2 joueurs



Pour tout jeu à deux joueurs et deux stratégies, on peut se ramener à :

$$u_1(S_1, S_2) = H_1 S_1 + J_1 S_1 S_2$$

$$u_2(S_2, S_1) = H_2 S_2 + J_2 S_1 S_2$$

Cas d'un jeu symétrique

$$u_1(S_1, S_2) = H S_1 + J S_1 S_2$$

$$u_2(S_2, S_1) = H S_2 + J S_1 S_2$$

Gain du joueur 1

$s_1 \setminus s_2$	+1	-1
+1	$H + J$	$H - J$
-1	$-H - J$	$-H + J$

Gain du joueur 2

$s_2 \setminus s_1$	+1	-1
+1	$H + J$	$H - J$
-1	$-H - J$	$-H + J$



Exemple



Cas d'un jeu symétrique à deux joueurs et deux stratégies :

la « **chasse au cerf** »

jeu inspiré d'un passage du

Discours sur l'origine de l'inégalité parmi les hommes de J.J. Rousseau (1754)

Gain du joueur 1

$S_1 \backslash S_2$	+1	-1
+1	a	b
-1	c	d

$$a > c > d > b$$

	2 joue $S_2=1$	2 joue $S_2=-1$
1 joue $S_1=1$	(5,5)	(0,4)
1 joue $S_1=-1$	(4,0)	(3,3)

• Deux équilibres de Nash en stratégies pures : (+1, +1) et (-1, -1)

• Un équilibre de Nash en stratégie mixte (MSE) :

$$i = 1, 2 \quad P(S_i=1) = p^*(1) = 3/4$$

$$\text{pour l'équilibre MSE : } \langle u_i(+1) \rangle = \langle u_i(-1) \rangle$$



QRE



- $u_1(S_1, S_2) = J S_1 S_2 + H S_1$ $u_2(S_1, S_2) = J S_1 S_2 + H S_2$
- Dans l'exemple : $J = 1, H = -1/2$ et : $p^*(1) = (J-H)/2J = 3/4$

QRE :

$$i=1,2 : p_i(S_i) = \exp(\beta \langle u_i(S_i) \rangle) / \sum_{\{s=+1, -1\}} \exp(\beta \langle u_i(s) \rangle)$$

$$\Delta_1 \equiv \langle u_1(S_1=1) \rangle - \langle u_1(S_1=-1) \rangle$$

$$p_1(+1) = 1 / [1 + \exp(-\beta \Delta_1)]$$

- $\langle u_1(S_1=1) \rangle = p_2(+1) u_1(1, 1) + p_2(-1) u_1(1, -1)$

$$\Delta_1 = 4 J p_2(+1) - 2 (J - H) \qquad \Delta_2 = 4 J p_1(+1) - 2 (J - H)$$

'auto-consistence' : $p_1(+1)$ dépend de Δ_1 qui dépend de $p_2(+1)$ qui dépend de Δ_2 qui dépend de $p_1(+1)$...

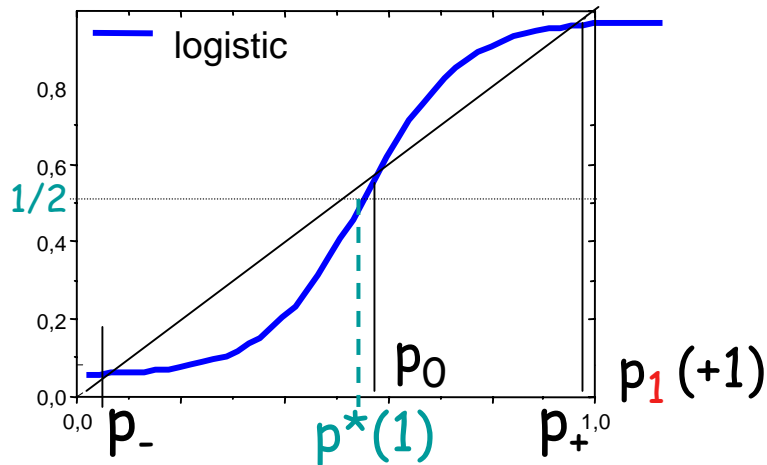
$$p_2(+1) = p_1(+1) = 1 / [1 + \exp(-4 \beta J (p_1(+1) - p^*(1)))]$$



Equilibre QRE



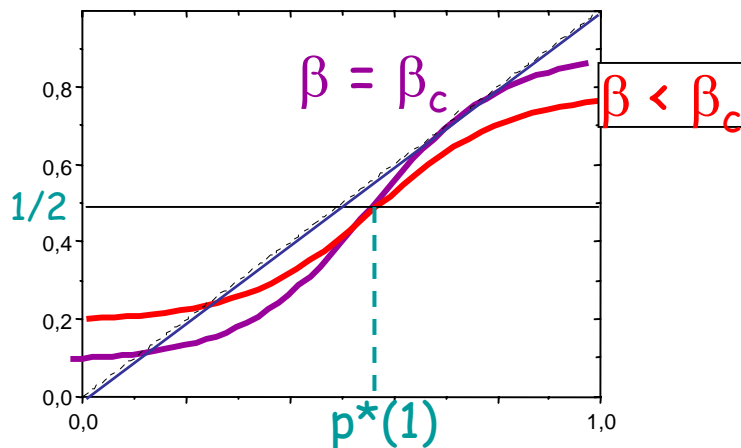
solutions de : $p_1(+1) = F(p_1(+1))$
 $F(p) = 1 / [1 + \exp(-4\beta J(p - p^*(1)))]$



▪ $\beta > \beta_c$: trois solutions,

$$p_- < p_0 < p_+$$

dont deux stables : p_- et p_+
 avec la solution instable
 p_0 proche de $p^*(1)$



▪ $\beta = \beta_c$:

p_+ devient instable ($p_0 = p_+$)

▪ $\beta < \beta_c$: une solution unique,
 avec $p_1(+1) = p_-$ petit



jeux à 2 joueurs



Exemple d'un jeu **non** symétrique :

« **matching penny** » ou « **penalty kicking** »

$$u_1(S_1, S_2) = H_1 S_1 + J_1 S_1 S_2$$

$$u_2(S_2, S_1) = H_2 S_2 + J_2 S_1 S_2$$

$$H_1 = 0$$

$$J_1 = J$$

$$H_2 = 0$$

$$J_2 = -J$$

	$S_2 = 1 (G)$	$S_2 = -1 (D)$
$S_1 = 1 (G)$	$(J, -J)$	$(-J, J)$
$S_1 = -1 (D)$	$(-J, J)$	$(J, -J)$

pas d'équilibre de Nash en stratégies pures

un équilibre MSE $i = 1, 2$ $P(S_i = G) = p^*(G) = 1/2$

test empirique : **penalty kicking**

P.-A. CHIAPPORI, S. LEVITT, AND T. GROSECLOSE



Théorie des jeux évolutionnaire
(théorie de l'évolution appliquée aux sciences économiques et sociales)

ESS (evolutionary stable strategy)

Stratégie adoptée par une population,
robuste à l'invasion par une autre stratégie

John Maynard Smith & George R. Price, 1973 *The logic of animal conflict*, Nature 246: 15-18.
J. Maynard Smith (1982) *Evolution and the Theory of Games*

Une stratégie S est ESS ssi
 S est Nash + pour toute stratégie $S' \neq S$ $u(S^*, S') > u(S', S')$

Evolutionary stable state

Population dont la composition génétique
est restaurée après une (petite) perturbation.

Thomas (1984) : « ESS » utilisé pour une stratégie éventuellement mixte,
et « evolutionarily stable population state » pour une population composée d'un
mélange de stratégies pures (~ mixed ESS)



Théorie des jeux évolutionnaire

(**dynamique** de populations appliquée aux sciences économiques et sociales)

Voir aussi : équations de Lotka-Volterra (modèle proie-pédateur, 1925-1926)

$p(S=+1)$ = fraction de la population adoptant la stratégie $S=+1$ à l'instant t

$p(S=-1)$ = fraction de la population adoptant la stratégie $S=-1$ à l'instant t

(à tout instant, $p(1) + p(-1) = 1$).

$$dp(S)/dt = (\langle u(S) \rangle - \langle\langle u \rangle\rangle) p(S)$$

$\langle\langle u \rangle\rangle = p(+1) \langle u(1) \rangle + p(-1) \langle u(-1) \rangle =$ fitness moyenne de la population

$\langle u(S) \rangle =$ espérance du gain de la stratégie S , lors d'une rencontre aléatoire

$$= p(1) u(S,1) + p(-1) u(S,-1)$$

$$u(S, S') = S (J S' + H)$$

$$\langle u(S) \rangle = S [m J + H] \quad m = \langle S \rangle = p(1) - p(-1)$$

$$\langle\langle u \rangle\rangle = m [m J + H]$$



Dynamique évolutionnaire (dynamique de population)



$p(S)$ = fraction de la population adoptant la stratégie S ($S = 1$ ou -1)
 $p(1) + p(-1) = 1$

équation pour $q \equiv p(S=-1)$: $dq/dt = (\langle u(-1) \rangle - \langle\langle u \rangle\rangle) q$

$\langle u(-1) \rangle = - [m J + H]$ $m = p(1) - p(-1) = 1 - 2q$

$\langle\langle u \rangle\rangle = m [m J + H]$

$[m J + H] = 2 J [q^* - q]$ $q^* = 1 - p^*$ $p^* = (J - H) / 2J$

$dq/dt = 2 J [q^* - q] [- 1 - (1 - 2 q)] q$

soit :

$$dq/dt = 4J q (1 - q) (q - q^*)$$

Points fixes : $dq/dt = 0$ $q = 0, 1, q^*$

Stabilité ?

voisinage de $q=0$: $dq/dt = - q^* 4J q$ $q=0$ stable De même, $q = 1$ stable.
voisinage de $q=q^*$: $x = q - q^*$ $dx/dt = 4J q^*(1 - q^*) x$ $q = q^*$ instable

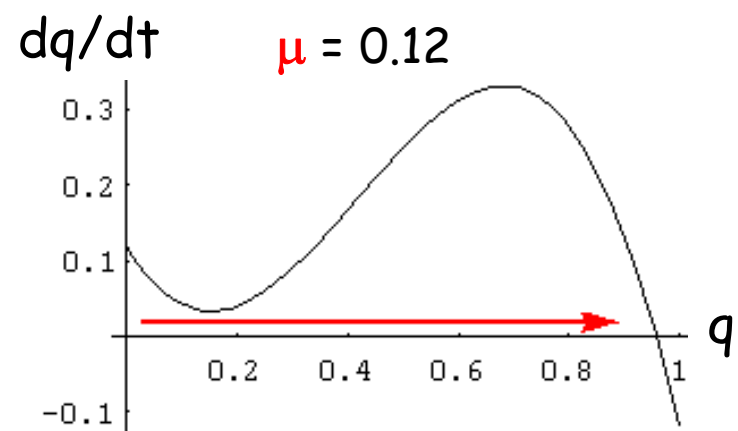
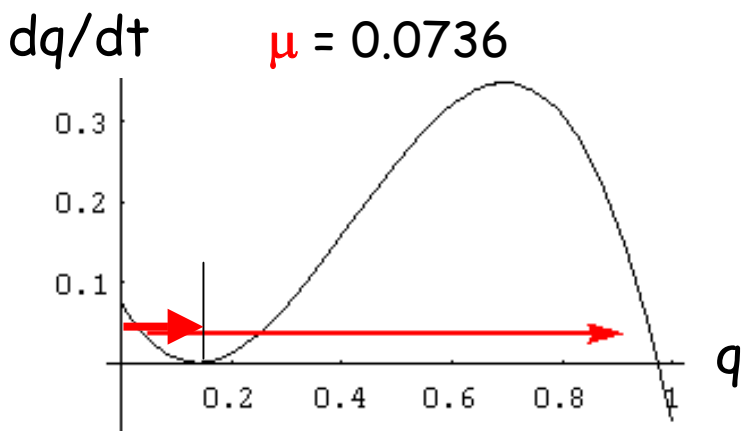
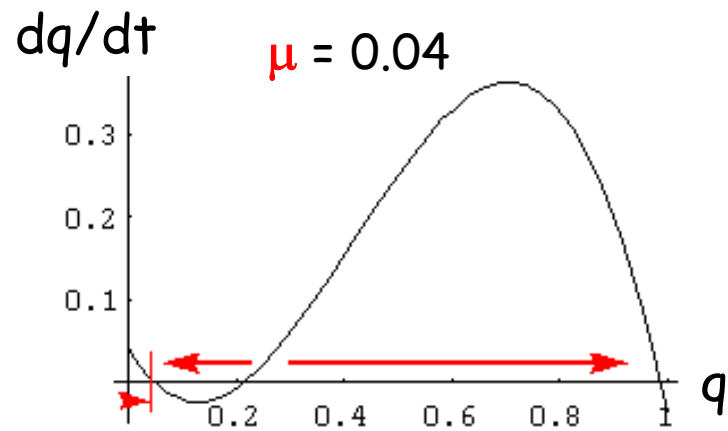
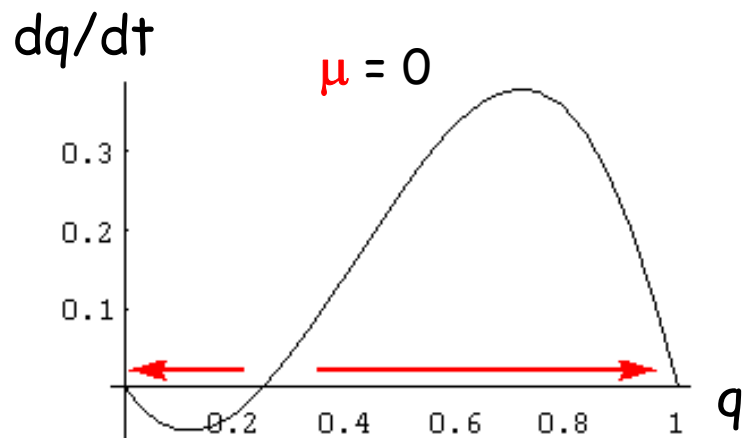


Dynamique évolutionnaire (dynamique de population) - réplication avec mutations



[équation pour $q = p(S=-1)$:]
$$dq/dt = k q (1 - q) (q - q^*) + \mu (1 - 2q)$$

- En l'absence de mutations ($\mu = 0$) :
2 points fixes stables: $q_{inf} = 0$ et $q_{sup} = 1$, séparés par un point fixe instable, $q^* = 1/4$.
- Pour $\mu > 0$, la taille du bassin d'attraction de q_{inf} diminue, celui de q_{sup} augmente.
- Seuil critique : μ_c . Pour $\mu > \mu_c$ les deux points fixes q^* et q_{inf} disparaissent





« predicting what players will do in these games by pure theory is like trying to prove that a joke is funny without telling it »

T. C. Schelling

Expériences :

comparaison des comportements avec les prédictions MSE et QRE

Réf. :

Colin F. Camerer, « Behavioral Game Theory », Princeton Univ. Press 2003

Table 3.3. Row player payoffs (in cents) and results in a 4×4 game

Row choice	Column player				MSE probability	Actual frequency	QRE estimate
	1	2	3	J			
1	-5	5	5	-5	0.20	0.221	0.213
2	5	-5	5	-5	0.20	0.215	0.213
3	5	5	-5	-5	0.20	0.203	0.213
J	-5	-5	-5	5	0.40	0.362	0.360
MSE probability	0.20	0.20	0.20	0.40			
Actual frequency	0.226	0.179	0.169	0.426			
QRE estimate	0.191	0.191	0.191	0.426			

Source: O'Neill (1987).

Note: QRE estimate is $\hat{\lambda} = 1.313$.



Comparaison avec des données expérimentales

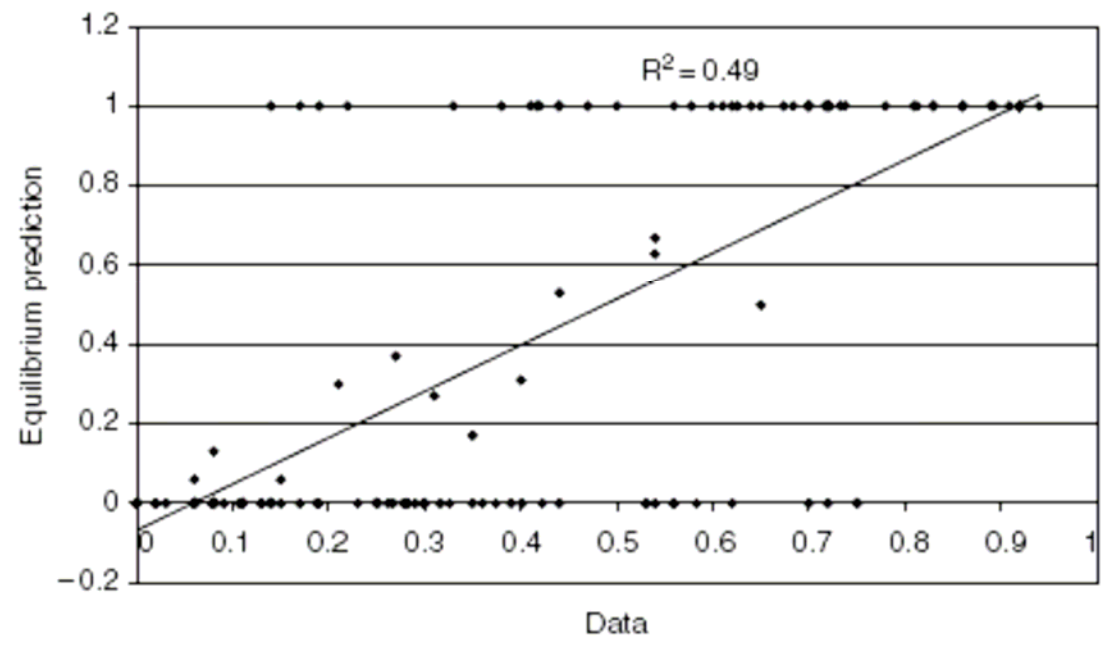
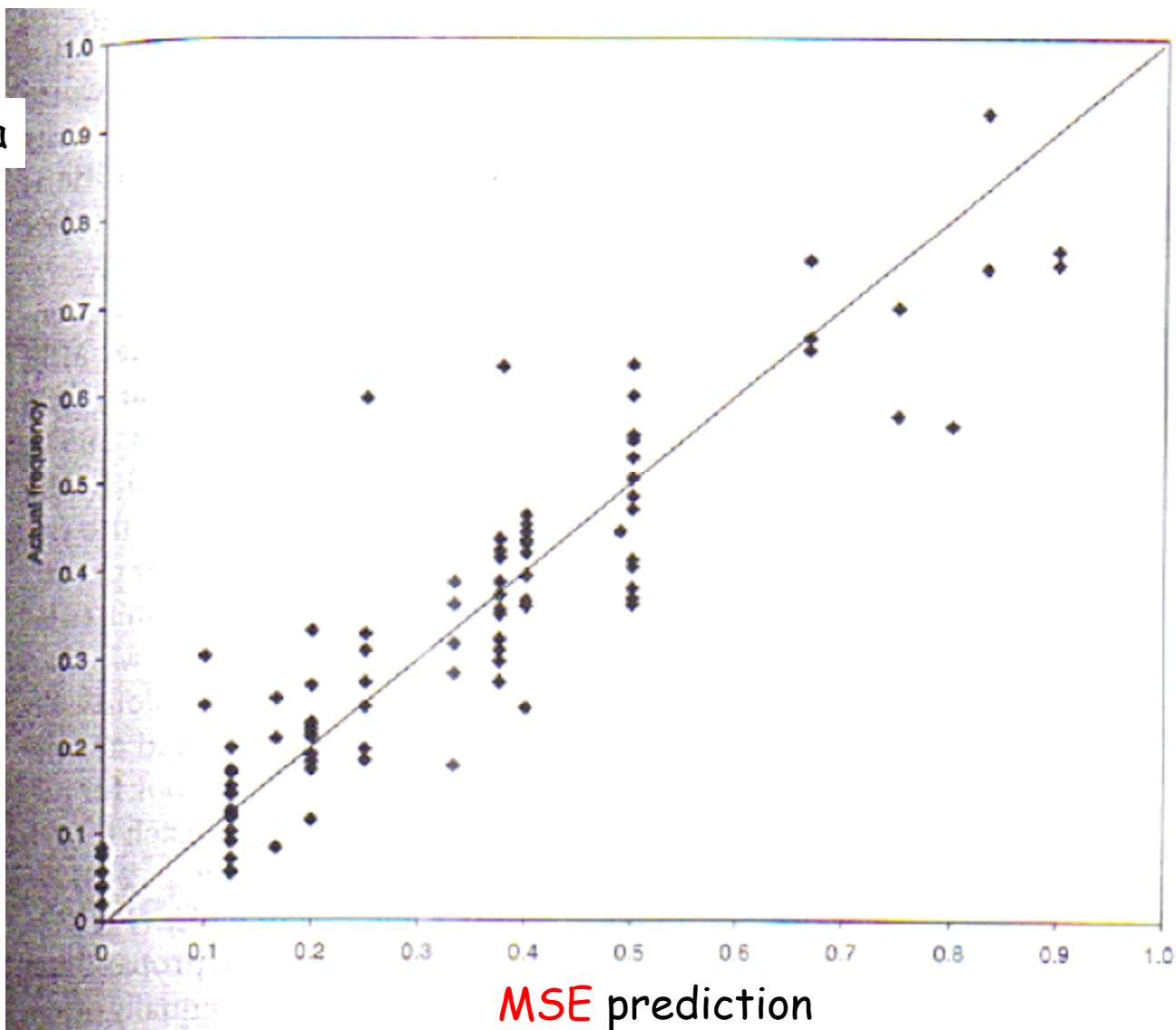


Figure 8.3 Nash equilibrium predictions versus data in three games

Colin F. Camerer, Teck-Hua Ho and Juin Kuan Chong



empirical data

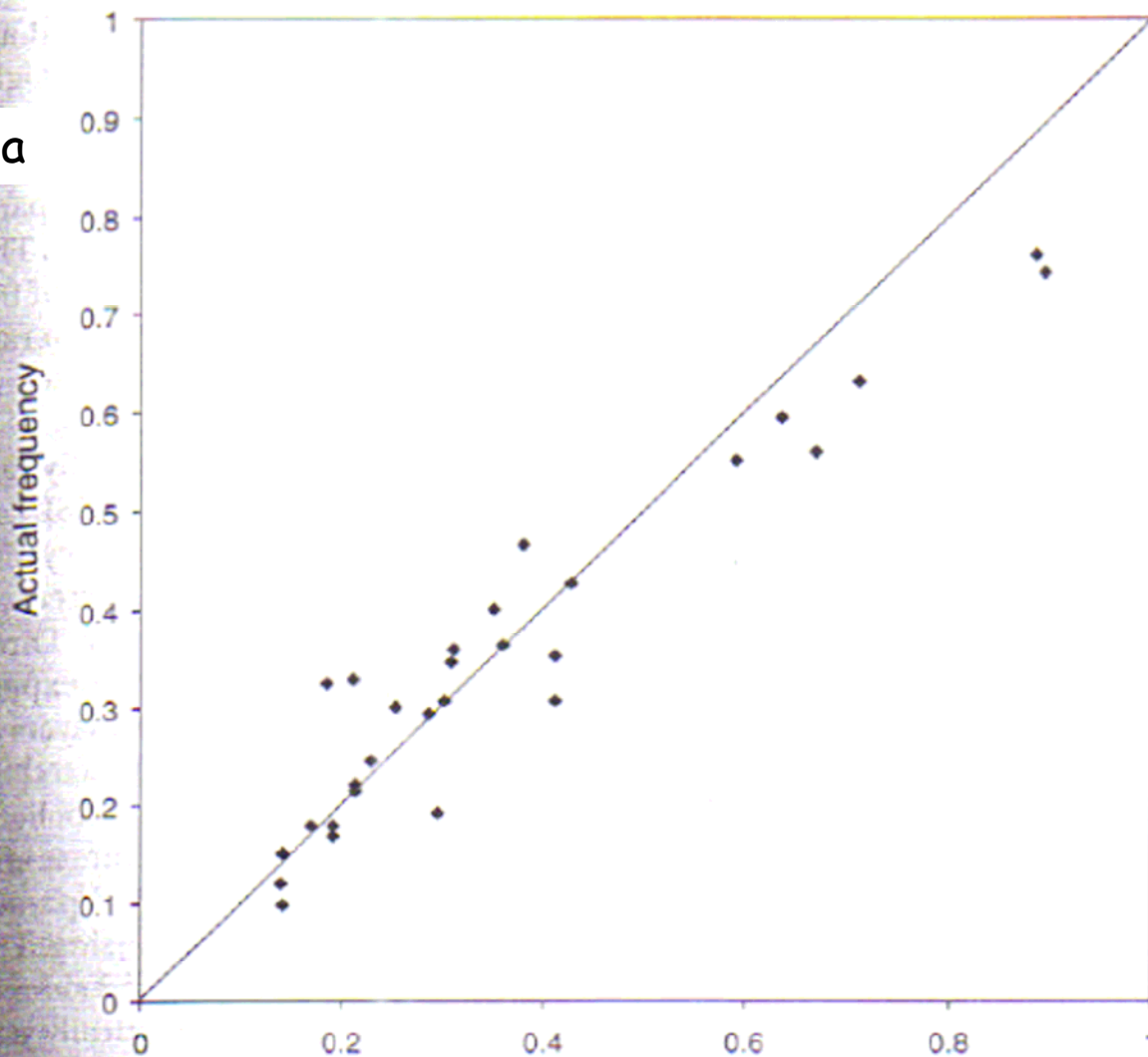


Camerer

Figure 3.1. Frequencies of different strategy choices predicted by mixed-strategy equilibrium and actual frequencies.



empirical data



QRE prediction

Figure 3.3. — Frequencies of different strategy choices predicted by quantal response equilibrium and actual frequencies.

Camerer



Continental divide



Table 8.4 Payoffs in 'continental divide' experiment

Choice	Median choice													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	45	49	52	55	56	55	46	-59	-88	-105	-117	-127	-135	-142
2	48	53	58	62	65	66	61	-27	-52	-67	-77	-86	-92	-98
3	48	54	60	66	70	74	72	1	-20	-32	-41	-48	-53	-58
4	43	51	58	65	71	77	80	26	8	-2	-9	-14	-19	-22
5	35	44	52	60	69	77	83	46	32	25	19	15	12	10
6	23	33	42	52	62	72	82	62	53	47	43	41	39	38
7	7	18	28	40	51	64	78	75	69	66	64	63	62	62
8	-13	-1	11	23	37	51	69	83	81	80	80	80	81	82
9	-37	-24	-11	3	18	35	57	88	89	91	92	94	96	98
10	-65	-51	-37	-21	-4	15	40	89	94	98	101	104	107	110
11	-97	-82	-66	-49	-31	-9	20	85	94	100	105	110	114	119
12	-133	-117	-100	-82	-61	-37	-5	78	91	99	106	112	118	123
13	-173	-156	-137	-118	-96	-69	-33	67	83	94	103	110	117	123
14	-217	-198	-179	-158	-134	-105	-65	52	72	85	95	104	112	120

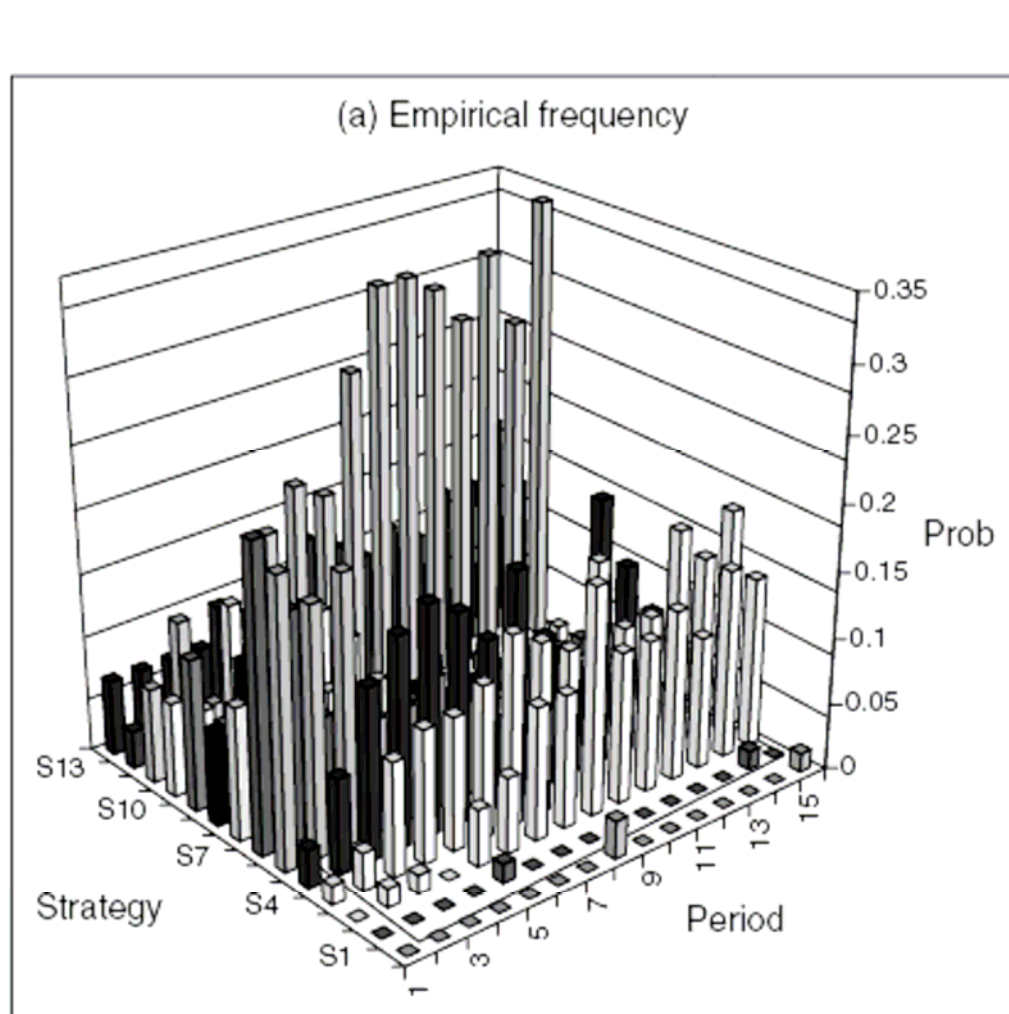
Note: Best replies in bold.

Source: Van Huyck, Battalio & Cook, 1997

Nash



Continental divide





Continental divide

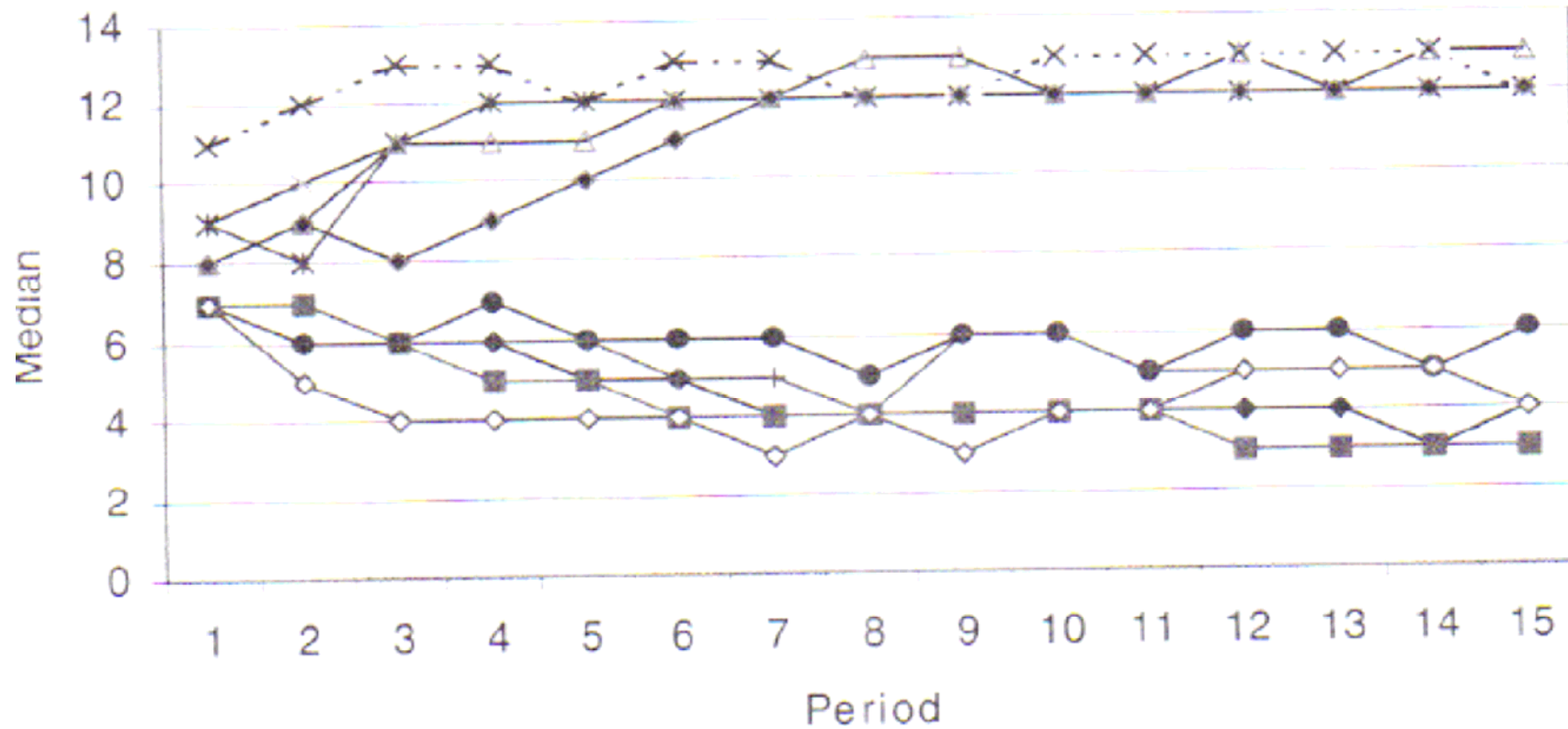


Figure 1.2. Median choices in the "continental divide" game. Source: Based on data from Van Huyck, Battalio, and Cook (1997).



Dilemme du Prisonnier



- **Coopération / Trahison**

Pour qu'il y est dilemme, la tentation doit payer plus que la coopération mutuelle, qui doit rapporter plus que la punition, qui doit être plus valorisante que la duperie.

Gain du joueur 1

$S_1 \backslash S_2$	C	T
C	R	S
T	T	P

$T > R > P > S$

	2 joue $S_2=C$	2 joue $S_2=T$
1 joue $S_1=C$	(3,3)	(0,5)
1 joue $S_1=T$	(5,0)	(1,1)

- Un seul équilibre de Nash, en stratégies pures : (T, T)

- Dilemme itéré : pas de stratégie optimale.

Une bonne stratégie, populaire mais pas imbattable: « TIT for TAT »

ref. : <http://www2.lifl.fr/IPD/>



Cooperation and punishment



Fehr & Gächter, 2002
public good experiments

N joueurs
joueur $i = 1, \dots, N$

dotation initiale	$+ E_i$	$E_i = E$
contribution au bien public	$- C_i$	
partage du bien public	$+ (a/N) \sum_j C_j$	$(1 < a < N)$

si $C_i > 0$: $(-1 + a/N) C_i < 0$ opt.: $C_i = 0$

si $C_i = C$: $(-1 + a) C > 0$ opt.: $C = E$

(~ dilemme du prisonnier)

pb. : 'free riders' (voyageurs clandestins)



Cooperation and punishment



Fehr & Gächter, 2002 public good experiments

joueur $i = 1, \dots, N$

dotation initiale $+ E_i = E$

contribution au bien public $- C_i$

partage du bien public $+ (a/N) \sum_j C_j$ $(1 < a < N)$

bilan pour le joueur i $G_i = E - C_i + (a/N) \sum_j C_j$

avec punition:

chaque joueur i

peut attribuer à n'importe quel autre joueur j des points de malus P_{ij} (≤ 10)
et perd alors lui-même des points (punir est coûteux)

pour chaque joueur i correction des gains :

$$G_i \rightarrow G_i - (\sum_j P_{ji} / 10) G_i - \sum_j c(P_{ij}) \quad (0 \text{ si négatif})$$

P_{ij}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$c(P_{ij})$	0	1	2	4	6	9	12	16	20	25	30

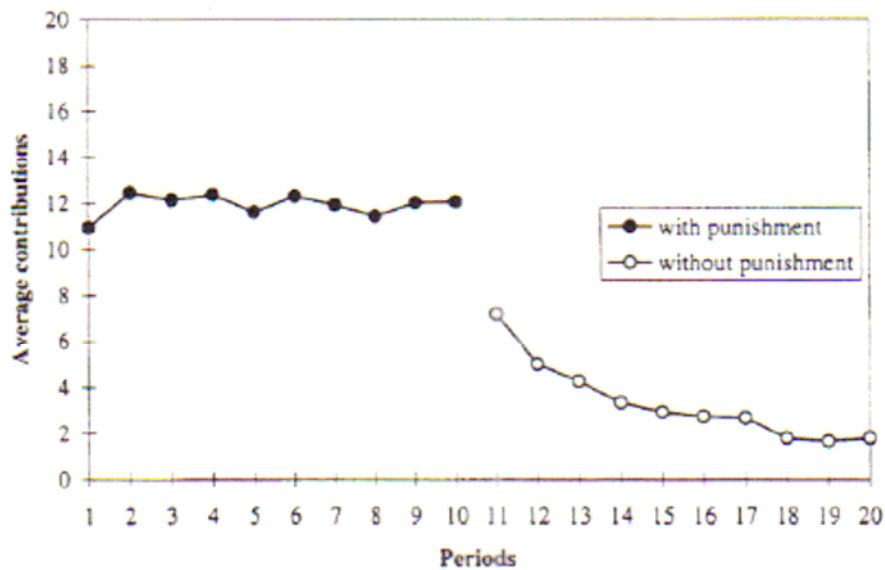


FIGURE 1A. AVERAGE CONTRIBUTIONS OVER TIME IN THE STRANGER-TREATMENT (SESSIONS 1 AND 2)

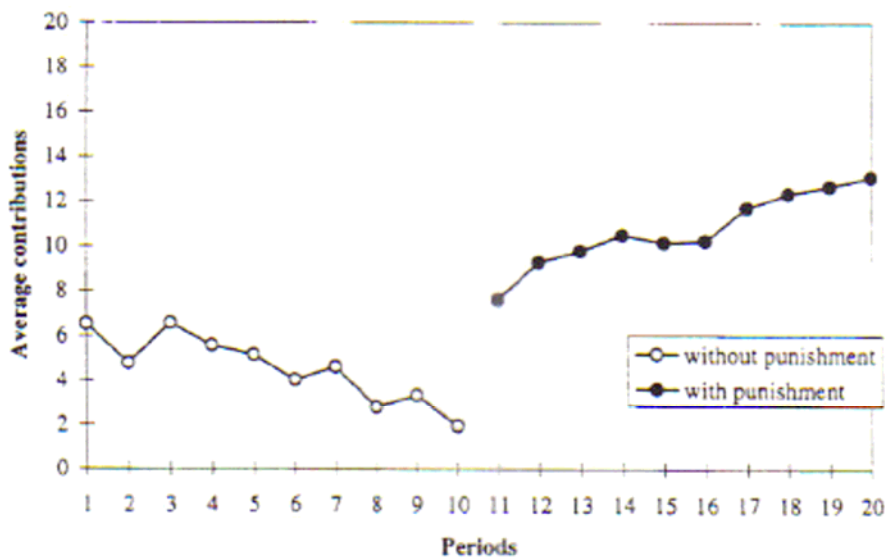


FIGURE 1B. AVERAGE CONTRIBUTIONS OVER TIME IN THE STRANGER-TREATMENT (SESSION 3)

Fehr & Gächter
« Cooperation and punishment »
 2002

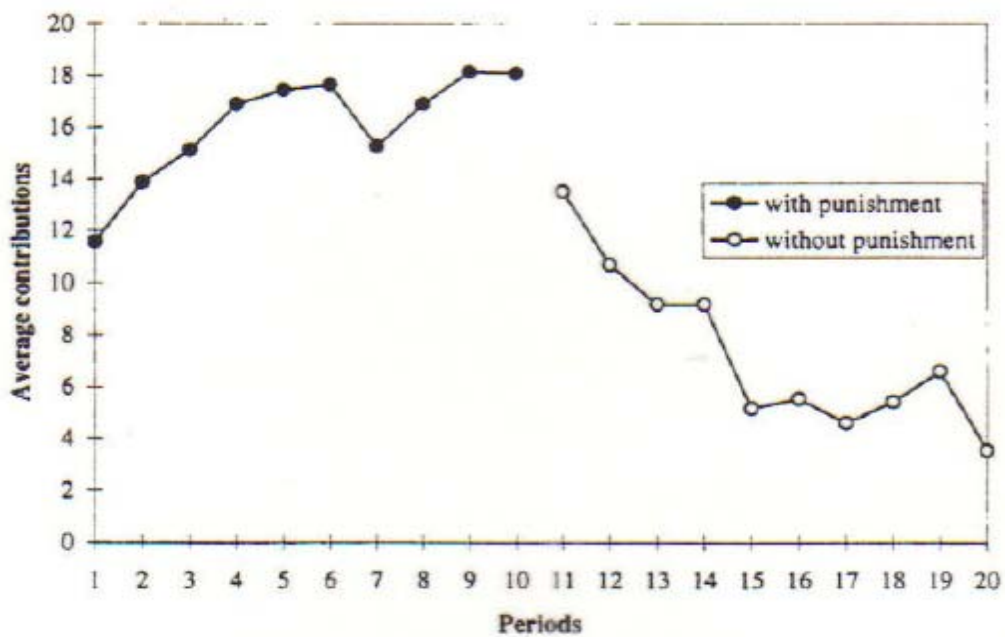


FIGURE 3A. AVERAGE CONTRIBUTIONS OVER TIME IN THE PARTNER-TREATMENT (SESSION 4)

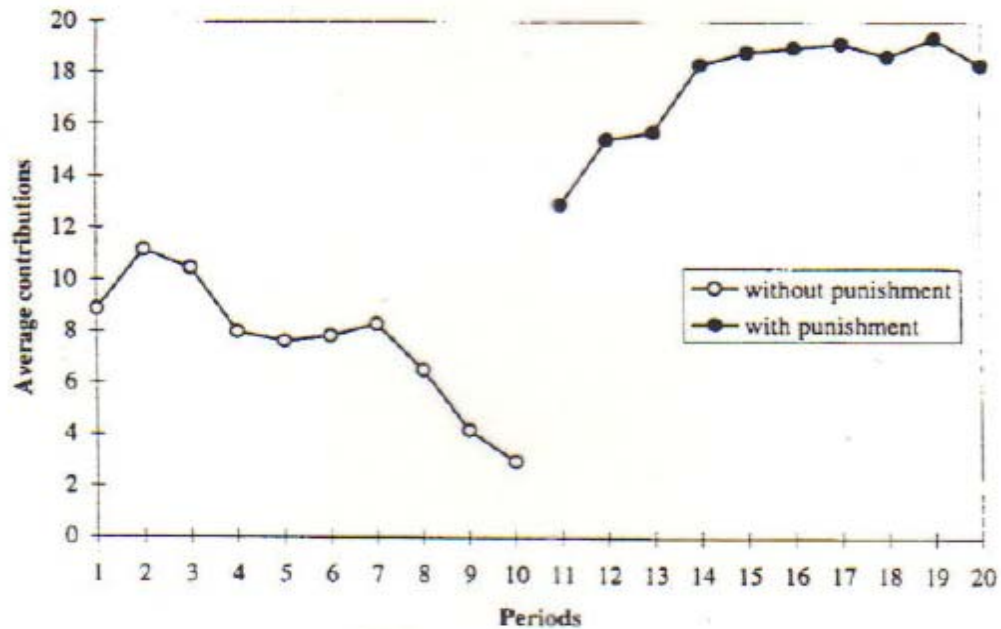


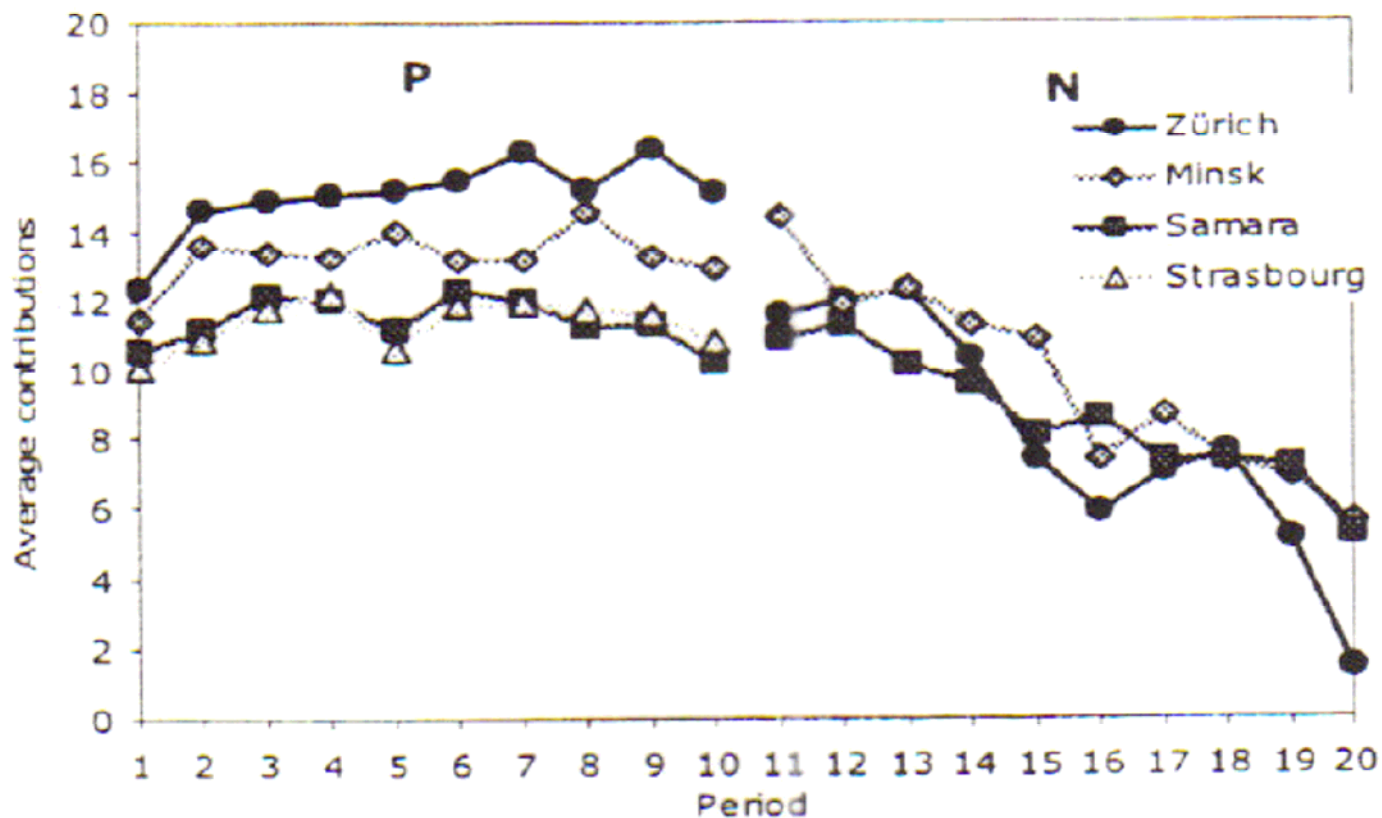
FIGURE 3B. AVERAGE CONTRIBUTIONS OVER TIME IN THE PARTNER-TREATMENT (SESSION 5)

Fehr & Gächter
« Cooperation and punishment »
2002



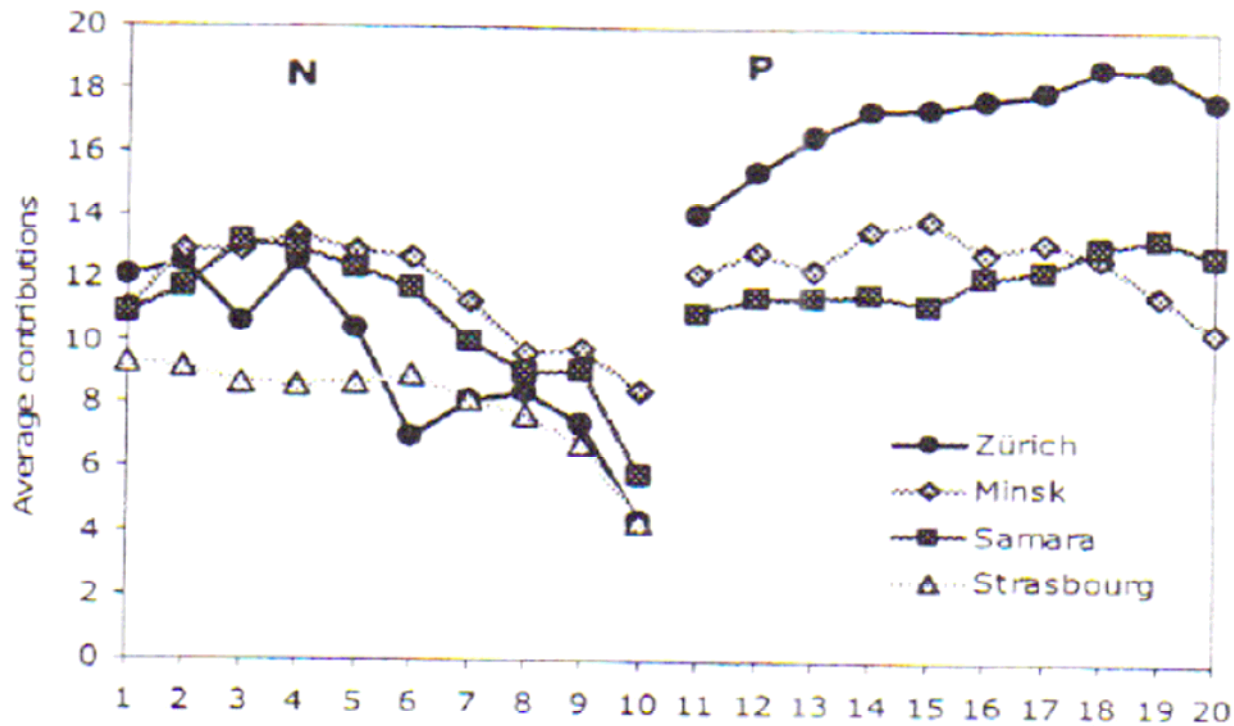
The dynamics of cooperation in the presence and absence of punishment opportunities (1)

Gächter, Herrmann & Thöni 2003



The dynamics of cooperation in the presence and absence of punishment opportunities (2)

Gächter, Herrmann & Thöni 2003



8



Mimétisme



o Mimétisme...

- informationnel

penser que les autres ont la bonne information

- préférentiel

préférence individuelle =

partie intrinsèque (idiosyncratique) + composante collective

cf. Schelling, « Séminaire mourrant »

- normatif

faire comme les autres pour éviter une sanction

(réputation, statut social)

norme exogène ou endogène (suivre l'opinion majoritaire)

Réf. : A. Orléan

« Les interactions mimétiques » in Lesourne Jacques, Orléan André, et Walliser Bernard (éds.), *Leçons de microéconomie évolutionniste*, Paris, Odile Jacob, 2002, chapitre 5, pp. 119-157



Choix sous influence sociale :

- o Mimétisme informationnel (A. Orléan)
paradoxe de Grossman & Stiglitz (1980)
- o Mimétisme préférentiel (« the dying seminar », T. Schelling)
équilibres multiples



modèle

- N agents, $i=1, \dots, N$
- $\theta =$ « état de la nature » binaire, H ou L
- pb : 'deviner' θ
- chaque agent reçoit une information privée σ_i

si $\theta = H$

$\sigma_i = +1$ (en faveur de $\theta = H$), avec probabilité $p > 1/2$
 -1 (en faveur de $\theta = L$), avec probabilité $1 - p$

si $\theta = L$

$\sigma_i = -1$ (en faveur de $\theta = L$), avec probabilité $p > 1/2$
 $+1$ (en faveur de $\theta = H$), avec probabilité $1 - p$

Réf. : A. Orléan « Les interactions mimétiques » in Lesourne Jacques, Orléan André, et Walliser Bernard (éds.), *Leçons de microéconomie évolutionniste*, Paris, Odile Jacob, 2002, chapitre 5, pp. 119-157



Mimétisme informationnel



sans autre information (sans mimétisme)

connu de i : $\text{Proba}(\sigma_i = \sigma \mid \theta)$

wanted : $\text{Proba}(\theta \mid \sigma)$

Bayes : $\text{Proba}(\theta \mid \sigma) = \text{Proba}(\sigma \mid \theta) r(\theta) / P(\sigma)$

$$P(\sigma) = \sum_{\theta=H,L} \text{Proba}(\sigma \mid \theta) r(\theta)$$

$r(\theta)$ = distribution a priori sur θ

$$r(H) = r(L) = \frac{1}{2}$$

$$\text{Proba}(\sigma=1 \mid \theta = H) = p$$

$$\text{Proba}(\sigma=-1 \mid \theta = L) = p$$

$$\Rightarrow \text{Proba}(\theta = H \mid \sigma=1) = p$$

$p > \frac{1}{2} \Rightarrow$ estimer que $\theta = H$ si $\sigma_i=1$, et $\theta = L$ si $\sigma_i=-1$



Mimétisme informationnel



sans autre information (sans mimétisme)

$p > \frac{1}{2} \Rightarrow$ estimer que $\theta = H$ si $\sigma_i=1$, et $\theta = L$ si $\sigma_i=-1$

supposons $\theta = H$

nombre n d'agents faisant le bon choix (la bonne estimation) ?

Proba ($n \mid \theta = H$)

= proba (n agents reçoivent $\sigma_i=1$ et $N-n$ reçoivent $\sigma_i=-1$)

$$= C_N^n p^n (1-p)^{N-n}$$

$$C_N^n = \frac{N!}{n!(N-n)!}$$

$$\langle n \rangle = p N \quad \langle (n - pN)^2 \rangle = p(1-p) N$$

\Rightarrow si on observe n , estimation de θ correcte avec une probabilité ~ 1 (pour N grand)



Mimétisme informationnel



avec mimétisme

hyp. : chaque agent peut observer n

- estimer selon l'information privée si elle correspond au choix majoritaire (donc par exemple estimer $\theta = H$ si : $\sigma_i=1$ et $\eta = n/N > \frac{1}{2}$)
- sinon se fier au choix de la majorité avec probabilité μ
à l'info. privée avec probabilité $1 - \mu$
(donc par exemple si $\sigma_i=1$ et $\eta = n/N < \frac{1}{2}$,
estimer que $\theta = L$ avec proba. μ
estimer que $\theta = H$ avec proba. $1 - \mu$)

o Equilibres ?

o Dynamique ?



Mimétisme informationnel



Dynamique

$\omega_i(t)$ = estimation de θ par l'agent i à l'instant t

$\eta(t)$ = fraction des agents qui estiment $\theta = H$ à l'instant t

supposons $\theta = H$

$t=0$ $\eta(0)$

t tirage aléatoire des infos privées :

$\sigma_i(t) = +1$ avec probabilité p , $\sigma_i(t) = -1$ avec probabilité $1 - p$

application de la règle de décision par chaque agent :

$\omega_i(t) = H$ si $\sigma_i(t) = +1$ et $\eta(t) > \frac{1}{2}$
 avec proba. μ si $\sigma_i(t) = -1$ mais $\eta(t) > \frac{1}{2}$
 avec proba. $1-\mu$ si $\sigma_i(t) = +1$ mais $\eta(t) < \frac{1}{2}$

$\omega_i(t) = L$ si $\sigma_i(t) = -1$ et $\eta(t) < \frac{1}{2}$
 avec proba. μ si $\sigma_i(t) = +1$ mais $\eta(t) < \frac{1}{2}$
 avec proba. $1-\mu$ si $\sigma_i(t) = -1$ mais $\eta(t) > \frac{1}{2}$

calculer $\eta(t + 1) = (1/N)$ (nombre d'agents pour qui $\omega_i(t) = H$)



Mimétisme informationnel



calcul de $\eta(t + 1) = (1/N)$ (nombre d'agents pour qui $\omega_i(t) = H$) pour N grand
rappel : $p > \frac{1}{2}$ et $\theta = H$

Si $\eta(t) > \frac{1}{2}$

pN agents ont reçu $\sigma=1$, et choisissent $\omega_i(t) = H$

$(1-p)N$ agents ont reçu $\sigma=-1$,
et une fraction μ d'entre eux choisissent $\omega_i(t) = H$

$$\Rightarrow \eta(t + 1) = p + \mu(1-p)$$

Si $\eta(t) < \frac{1}{2}$

pN agents ont reçu $\sigma=1$,
et une fraction $1-\mu$ d'entre eux choisissent $\omega_i(t) = H$

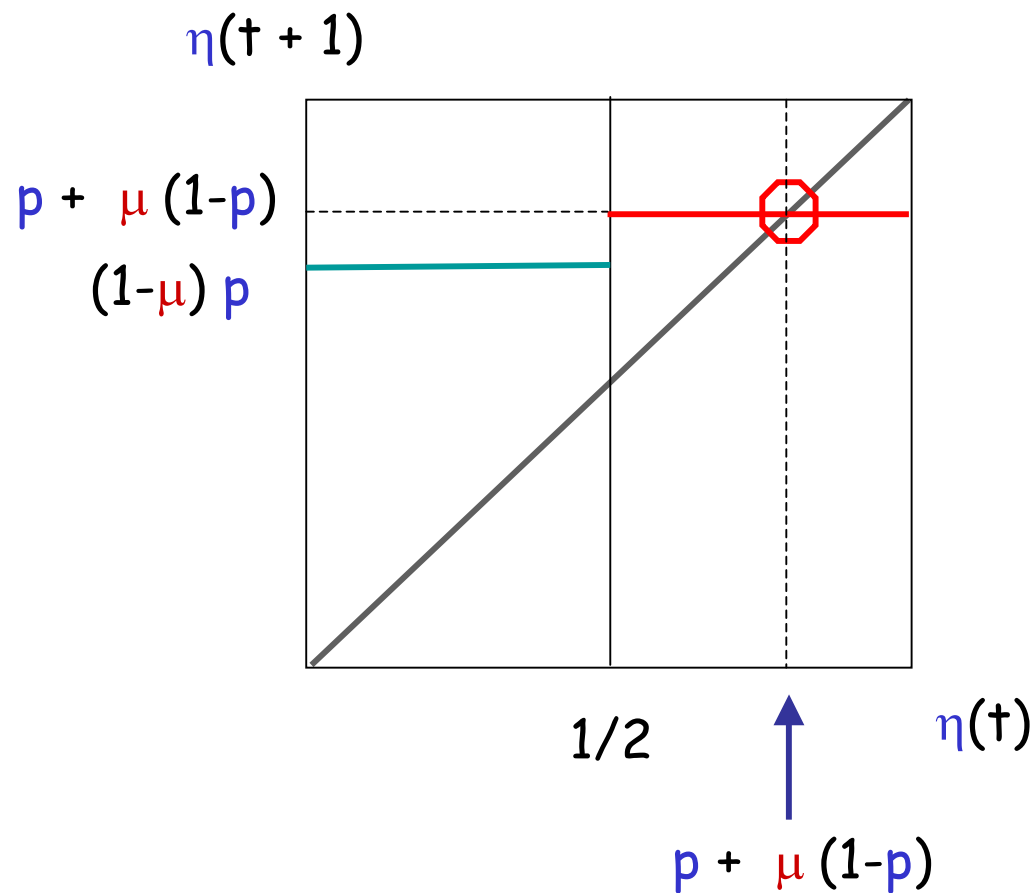
$$\Rightarrow \eta(t + 1) = (1-\mu)p$$



Mimétisme informationnel



μ petit

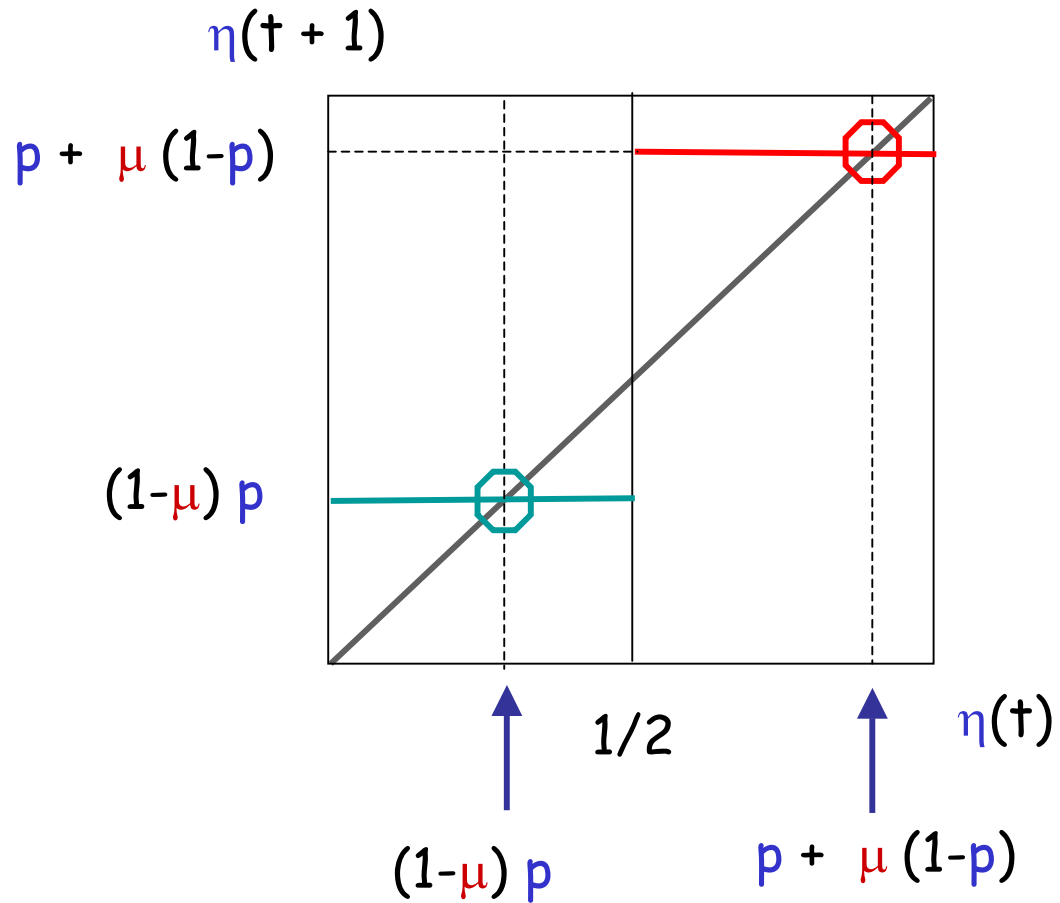




Mimétisme informationnel



$$\mu > \mu^* = 1 - 1/2p$$





mimétisme

LEÇONS DE MICROÉCONOMIE ÉVOLUTIONNISTE



$$\mu < \mu^*$$

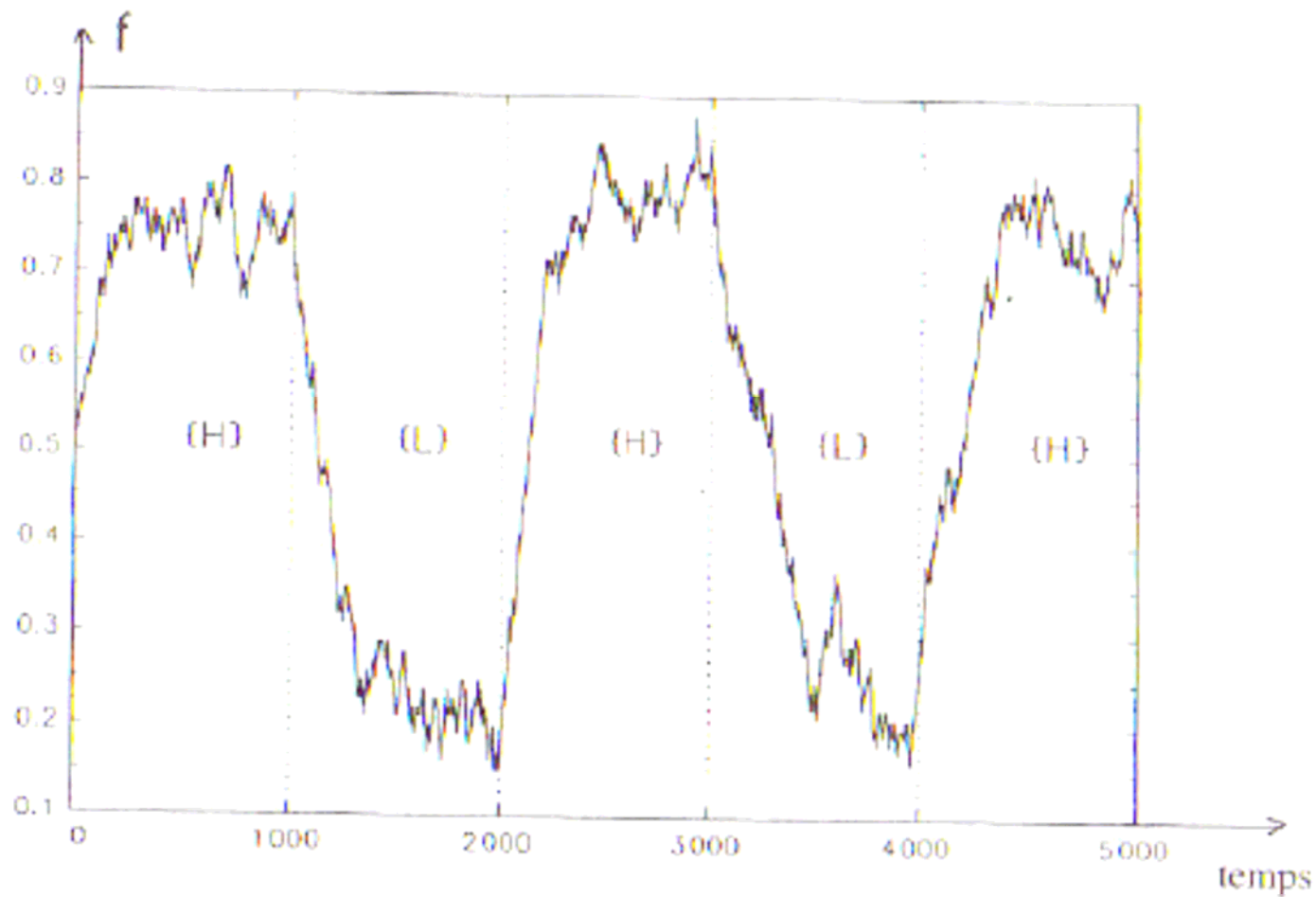


Figure 5. Évolution de f au cours du temps ($\mu = 0.2$ et $p = 0.7$).



mimétisme



$$\mu > \mu^*$$

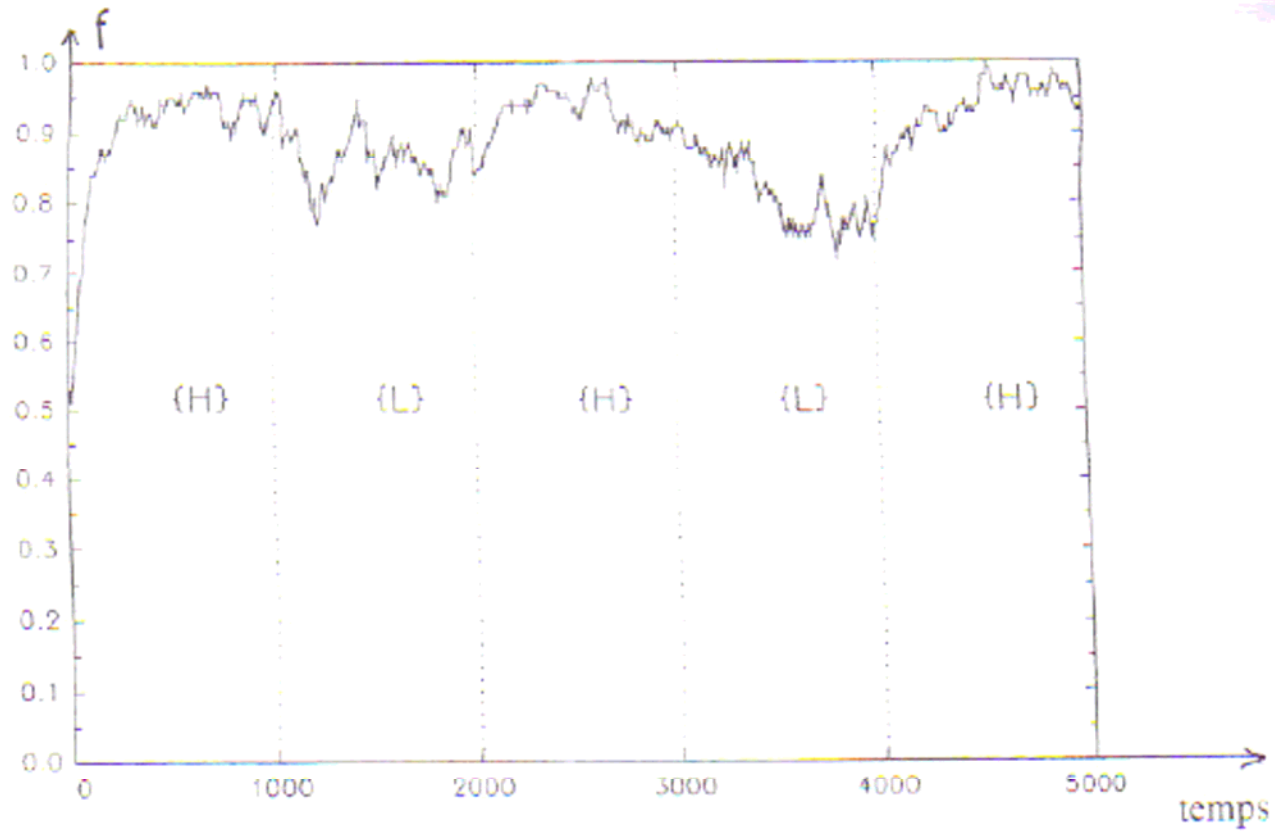


Figure 6. Évolution de f au cours du temps ($\mu = 0.8$ et $p = 0.7$).



The dying seminar



- T. C. Schelling

« Micromotives and Macrobehavior », Norton & Cy, 1978)
(« La tyrannie des petites décisions », PUF, 1980)

« critical mass model » :

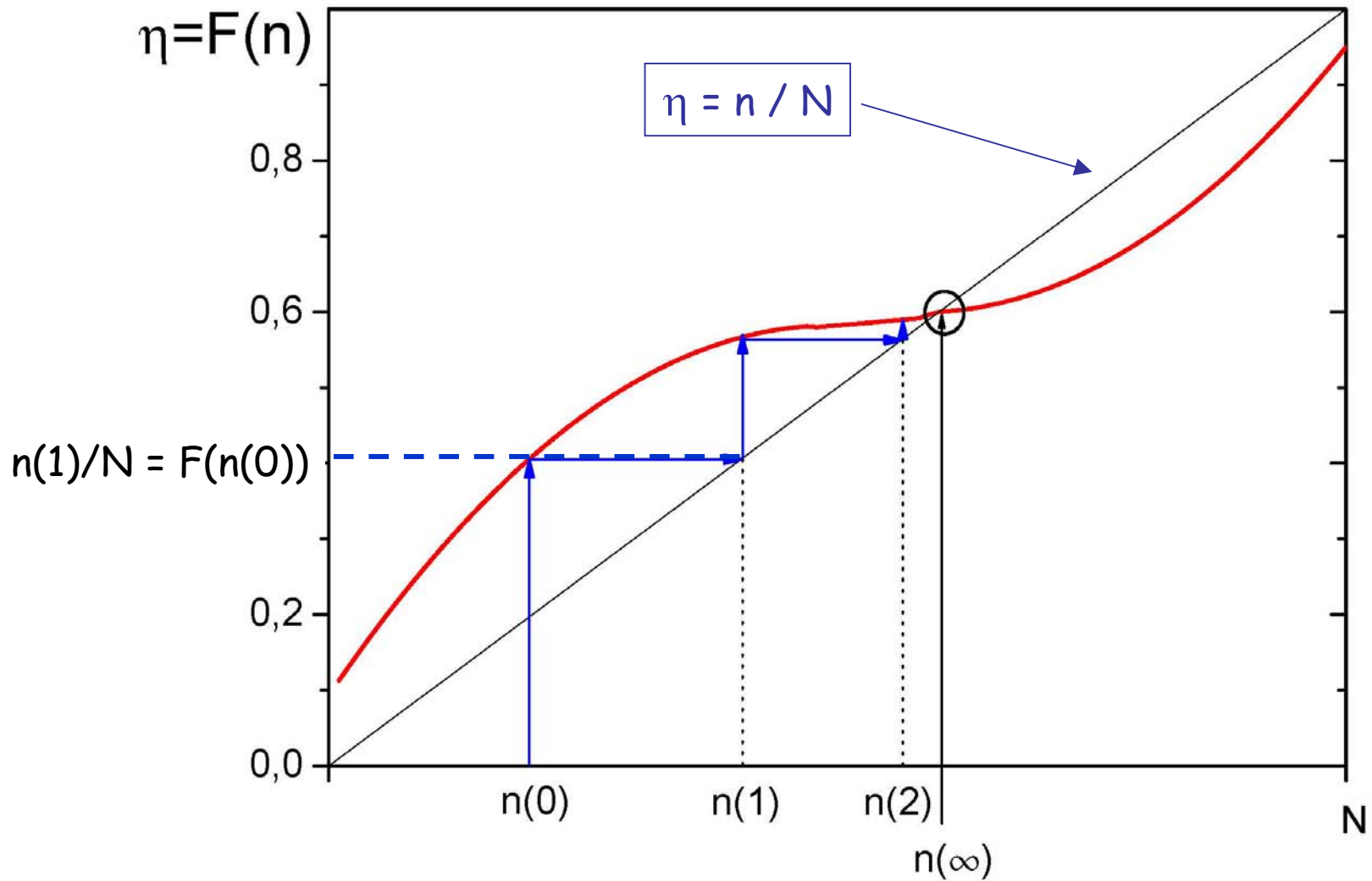
- N scientists are asked to participate to a seminar/working group/Course, every Tuesday
- each week every one knows what was the attendance of the last Tuesday
- every one has his own willingness to participate: scientist i wants to participate if the number who attend is larger than n_i



The dying seminar



$F(n)$ = fraction of agents who want to attend if: $n_i \leq n$

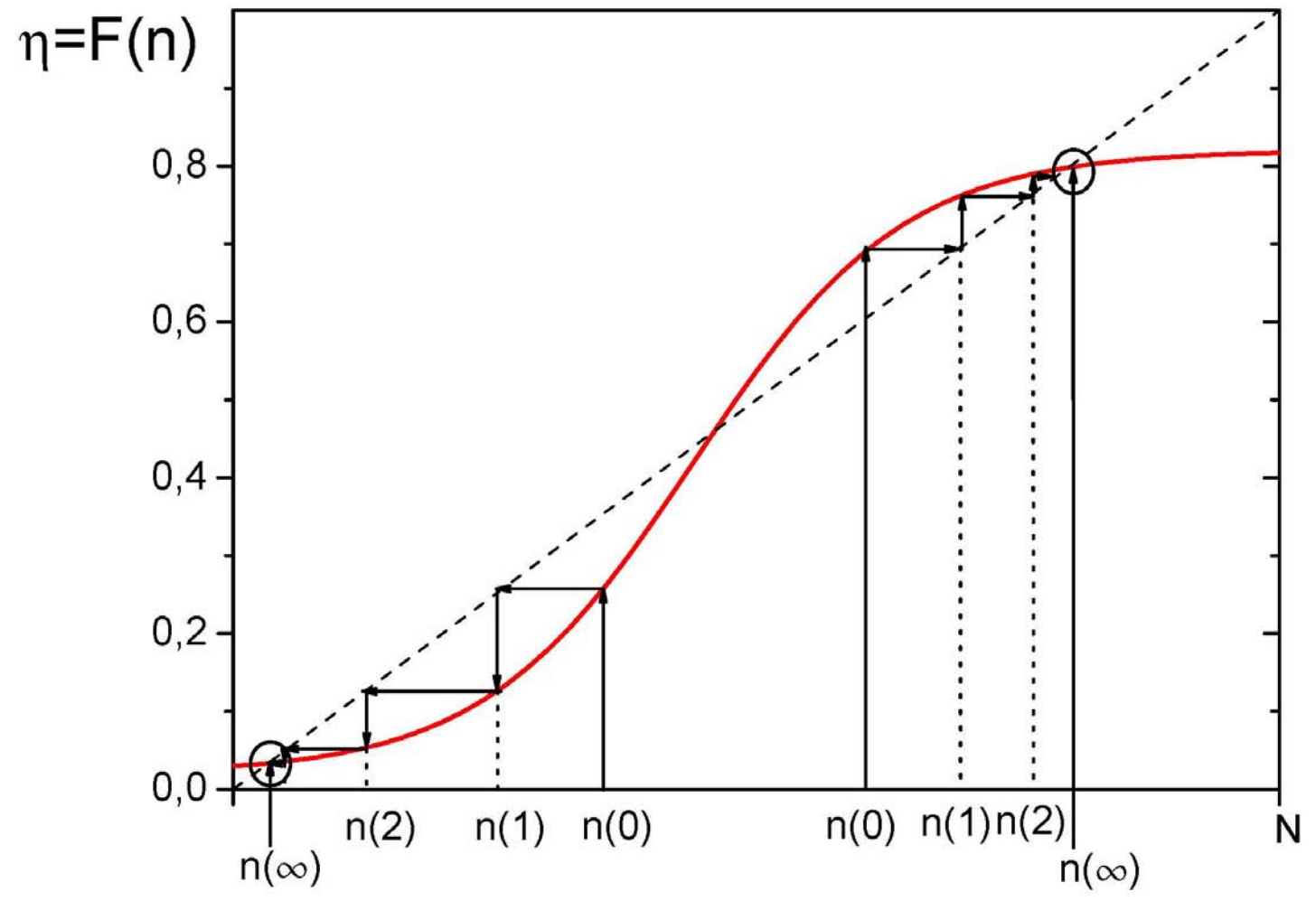




The dying seminar



$F(n)$ = fraction of agents who want to attend if: $n_i \leq n$



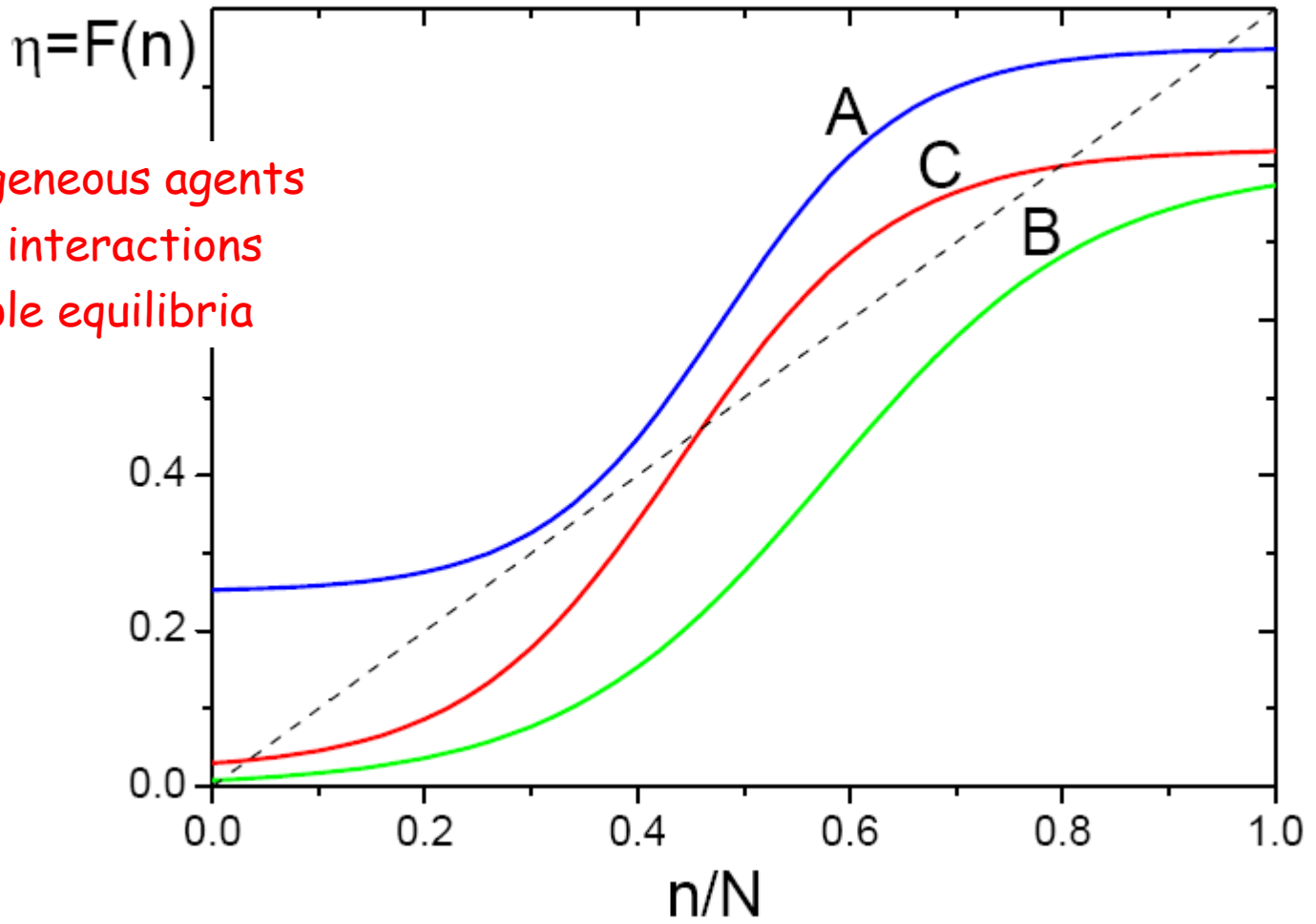


The dying seminar



$F(n)$ = fraction of agents who want to attend if: $n_i \leq n$

heterogeneous agents
+ social interactions
= multiple equilibria





N 'agents' (customers)
one homogeneous good at a posted price **P**

idiosyncratic preferences: agent **i** buys if the price **P**
is **below** his reservation price (willingness to pay) H_i

+ social interaction :

higher reservation price if others buy:

i buys if: $H_i + J_i \eta > P$ $n_i / N = (P - H_i) / J_i$

J_i = weight of social influence

η = (number of buyers) / N

Analogy with statistical physics models (Random Field Ising Models)



Use of the Ising framework in socio-economic modelling by physicists... and economists

- Galam S., Gefen Y., Shapir Y. (1982) "Sociophysics: A Mean Behavior Model for the Process of Strike", Mathematical Journal of Sociology
- Orléan A., (1995) "Bayesian Interactions and Collective Dynamics of Opinion: Herd Behaviour and Mimetic Contagion", Journal of Economic Behavior and Organization
- Durlauf S.N., (1997) "Statistical Mechanics Approaches to Socioeconomic Behavior"
- Weisbuch G., Stauffer D. (2003) "Adjustment and social choice", Physica A
- ...



plan



Market (and non market) model with a single good and externalities
(~ T. C. Schelling, « the dying seminar » and RFIM at $T=0$)

- equilibrium properties and collective states
 - customer's phase diagram
 - modelling empirical data
 - monopolist's phase diagram
- repeated game framework:
 - hysteresis
 - behavioral learning by the customers
 - laboratory experiments on the Dying Seminar
- perspectives



À suivre...



o Apprentissage par renforcement : autres illustrations

- ✓ El Farol / Minority Game
- ✓ Marché aux poissons de Marseille

o Anticipations : « profondeur de raisonnement »



- T. C. Schelling
« Micromotives and Macrobehavior » (Norton & Cy, 1978)
traduction française : « La tyrannie des petites décisions » (PUF, 1980)
- R. Axelrod
« The Complexity of Cooperation » (Princeton Univ. Press, 1977)
- C. F. Camerer
« Behavioral Game Theory » (Princeton Univ. Press, 2003)
- « Cognitive Economics » P. Bourgin & J.-P. Nadal eds. (Springer, 2004)
- Site internet « econophysics forum »
(« minority game » et autres divertissements)
- Sur le modèle de J. J. Hopfield et ses variantes :
D. J. Amit « Modeling Brain Function » (Cambridge Univ. Press, 1990)
- Gary Larson « The Far Side » series, Andrews & McMeel.



- J.-P. Nadal et M. B. Gordon :
« Physique statistique de phénomènes collectifs en sciences économiques et sociales »
paru dans la revue [Mathématiques et Sciences Humaines](#) de l'E.H.E.S.S., n° 172, Hiver 2005, ([article en accès libre](#) au format pdf).
- [A. Orléan](#),
« Les interactions mimétiques » in Lesourne Jacques, Orléan André, et Walliser Bernard (éds.), *Leçons de microéconomie évolutionniste*, Paris, Odile Jacob, 2002, chapitre 5, pp. 119-157
« What is a Collective Belief ? » in Bourguine P. and Nadal J.-P. Eds., *Cognitive economics*, Springer 2004, pp. 199-212 ([texte](#) au format pdf).