Institut d'expertise et de prospective de
l'Ecole Normale Supérieure

Systèmes complexes :
du concept aux applications concrètes dans l'entreprise

7 Janvier 1999

Qu'apporte l'approche systèmes complexes à notre compréhension des organisations marchés, firmes, institutions?

Gérard Weisbuch
Laboratoire de Physique Statistique
de l'Ecole Normale Supérieure

Tél : 44 32 34 75 - Fax : 44 32 34 33 - email : weisbuch@physique.ens.fr

Les défis pour l'entreprise du XXIiéme siècle

- Notre monde change rapidement à l'echelle de la durée de vie des investissements et toute planification doit prendre en compte la possibilité de contraintes ou d'opportunités imprévues au départ;
- Les décisions doivent souvent être prises au niveau local, mais rester cohérentes avec le développement global de l'entreprise;
- La compétion accrue entre les producteurs dans cet environnement incertain conduit à des transformation profonde du mode de production: "down sizing" et "outsourcing" des entreprises, apparition de nouveaux intermédiaires, importance accrue des services par rapport à la production proprement dite.

- Réponses locales dans les cas les plus urgents;
- Rationalité limitée c.a.d. en moyenne, sur le long terme et au niveau global de l'espèce (et non pas à chaque instant).

De la métaphore biologique aux applications économiques

Passage obligatoire par une théorie prédictive

Dynamique des systèmes complexes adaptatifs

Situation présente (1999)

- Pas de corpus théorique comparable aux grandes théories de la physique, thermodynamique, électromagnétisme, mécanique quantique
- Par contre nous avons établi une méthodologie, une systématique, et développé nombre de concepts pertinents sur des systèmes modèles des systèmes complexes réels:
  - les automates cellulaires
  - les réseaux de neurones formels proposés dès les années 40,
  - les réseaux booléens aléatoires,
  - les verres de spins,
  - les fonctions couplées sur réseau etc. dans les années 70.

  Recherche de propriétés génériques sur des systèmes modèles (communes aux systèmes réels?)

Une application à un cas concret intéressant l'entreprise nécessite de modéliser les interactions entre des variables passives de type physique ou économique, et des agents humains, individus, firmes, agences etc.

En pratique, on associe la simulation numérique multi-agents et une méthodologie inspirée des connaissances acquises sur les systèmes modèles.

Deux parties pour la suite de l'exposé:

- définition des notions les plus importantes expliquant les propriétés d'organisation des systèmes complexes;
- illustration des concepts clefs par l'étude de la structuration de certains marchés.

1 Propriétés dynamiques des systèmes complexes

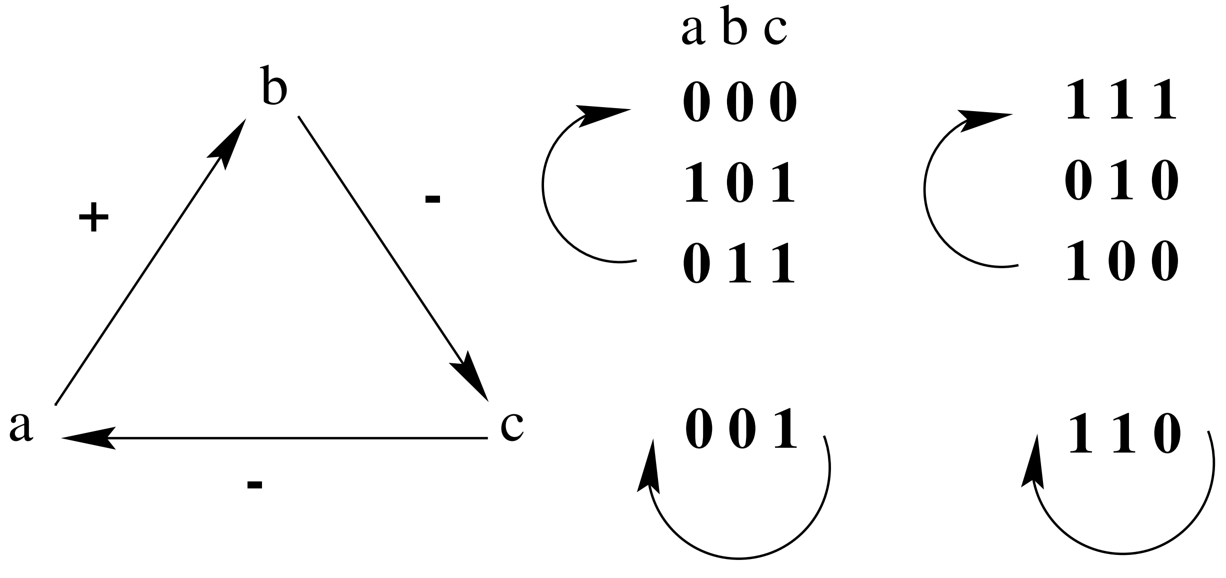
Conditions pour qu'un système soit complexe:

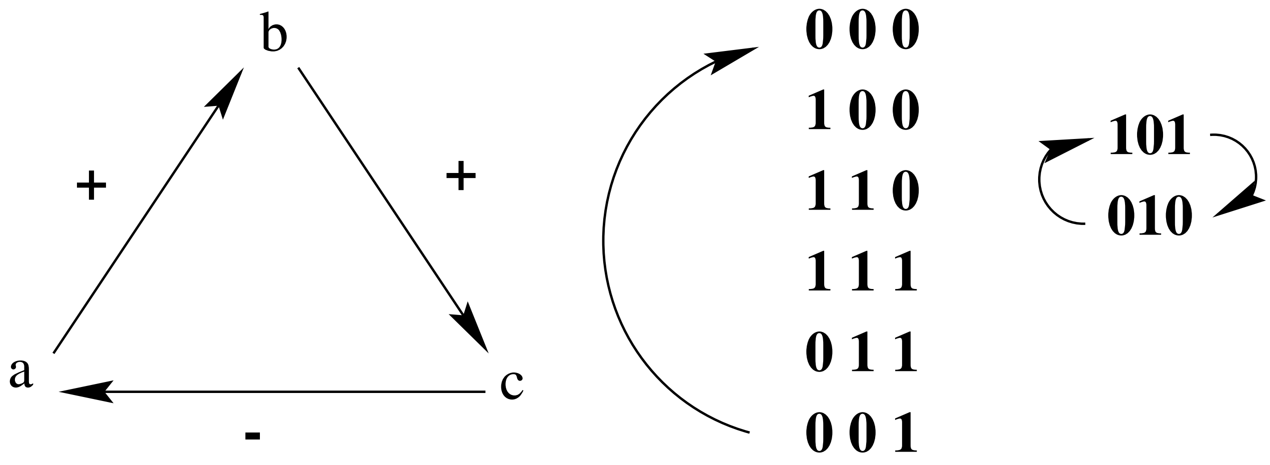
- Un grand nombre d'agents différents
- Intéractions non-linéaires
- Structures en boucles

Notions fondamentales

- Eléments. Les automates Booléens. Automates à deux états, par exemple 0 et 1. Les fonctions logiques habituelles (AND), (OR) et (XOR) sont des exemples de fonctions de transition d'automates à deux entrées: AND donne un 1 en sortie si et seulement si ses deux entrées sont des 1 ; OR donne 1 si au moins une de ses entrées est un 1 ; XOR vaut 1 si et seulement si exactement une seule de ses entrées est un 1.
- connexions, interactions

1.1 “La complexité mais c’est très simple!”





- Réseaux

  Un réseau est composé d'éléments interconnectés de telle façon que les sorties de certains éléments soient les entrées d'autres. C'est donc un graphe orienté, où les noeuds sont les éléments et les flèches sont les connexions d'une sortie d'un élément à l'entrée d'un autre.

- Configurations, Dynamique, Graphe d'itération

  Un réseau de N automates booléens peut se trouver dans 2^N configurations différentes. Le réseau passe d'une configuration à l'autre par application simultannée de la règle de changement d'état à chaque automate. Cette dynamique est représentée par le graphe d'itération

- Les attracteurs

  Un réseau d'automates étant un système déterministe, après que le réseau ait atteint la même configuration deux fois au cours du temps, il repasse par la même séquence d'états la deuxième fois: un attracteur est atteint dont le temps de parcours est sa période. L'ensemble des configurations qui convergent vers un attracteur constitue un bassin d'attraction.

1.2 Propriétés génériques d'organisation

Pour les vrais systèmes complexes comprenant à grand nombre N d'éléments deux régimes dynamiques très différents.

- Régime organisé: la période et le nombre des attracteurs sont faibles et augmentent en N^α. Les configurations attractrices ne représentent donc qu'une infime partie des 2^N configurations accessibles au réseau. L'organisation est le processus dynamique de sélection des configurations attractrices .
- Au contraire , dans le régime dit chaotique, les périodes et le nombre des attracteurs sont très grands: ils croissent exponentiellement avec N.

La propriété d'organisation est générique: elle est vérifiée avec une probabilité très proche de 1 pour les réseau d'automates à plusieurs entrées, lorsque la connectivité d'entrée est faible, ou bien lorsque la fraction de 1 dans les tableau de vérité des automates est proche de 0 ou de 1.

Stabilité et robustesse.

- Dans le régime organisé, si deux configurations ne différent que par l'état d'un petit nombre d'automates, elles conservent au cours de l'évolution dynamique du réseau cette distance réduite. Qui plus est, ce sont toujours les automates dont l'état différait au départ ou leurs voisins, dont l'état reste différent dans l'évolution ultérieure du réseau. La même propriété, qualifiée de robustesse, s'applique si l'on modifie la fonction de quelques automates: si on compare les évolutions de la même configuration de départ sur les deux réseaux, ont constate la même absence de divergence. Bien entendu, lorsque les différences deviennent importantes, les configurations peuvent alors évoluer vers des attracteurs différents et la robustesse est perdue. Ce type de réponse très non linéaire aux perturbations - stabilité pour les perturbations faibles, rupture pour les fortes - différe fortement de la réponse linéaire.
- Les propriétés précédentes de stabilité et de robustesse ne sont jamais observées dans le régime chaotique: à la moindre perturbation, les trajectoires divergent.

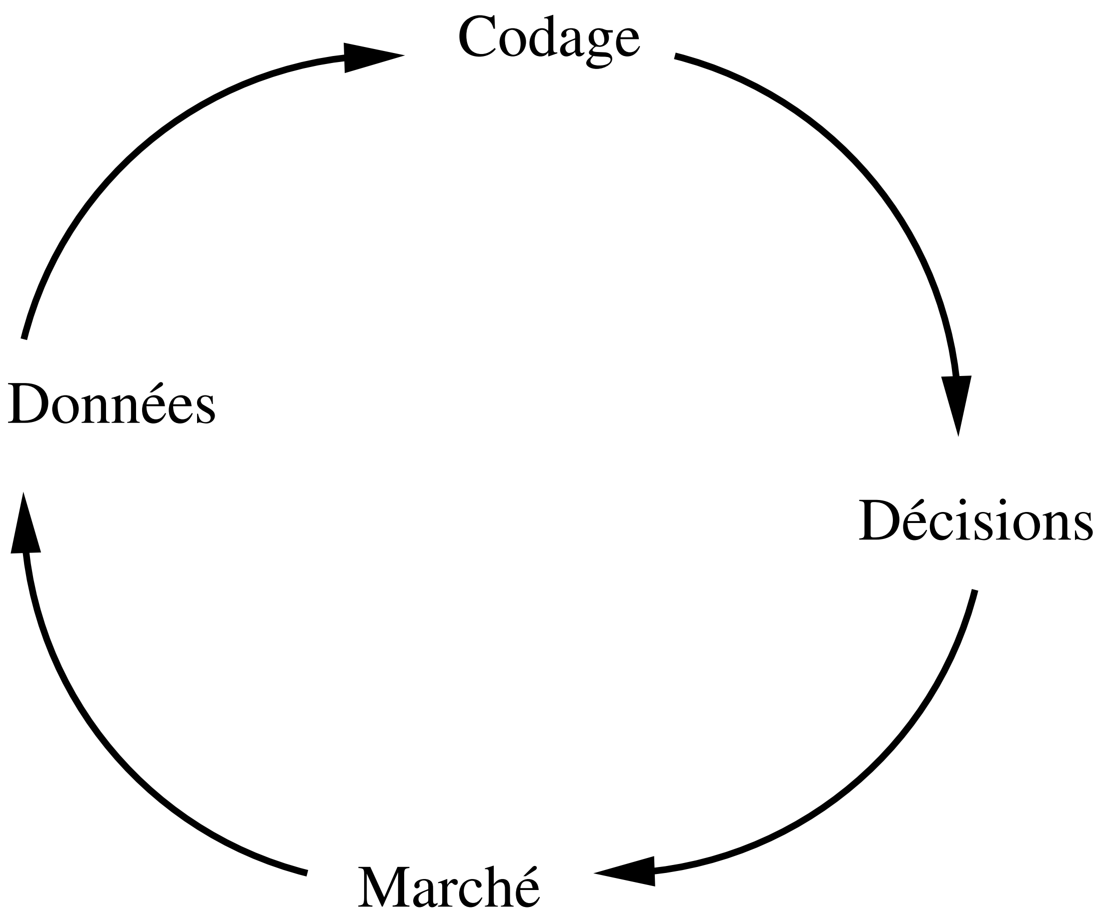
Comportement	organisé	chaotique
connectivité	petite	grande
fraction de 1	proche de 0 ou 1	autour de 0,5
période	linéaire en N	exponentielle
nombre d'attracteurs	linéaire en N	exponentiel
Stabilité	stable	divergence
Robustesse	robuste	non-robuste

Ces propriétés d'organisation sont génériques: elles sont indépendantes de la structure précise du réseau et ne dépendent que de règles très générales de construction du réseau. Elles sont observées avec une probabilité 0 ou 1 suivant ces règles.

Cette notion de généricité nous permet de penser que ce type de propriétés est commun à une très large classe de systèmes, qui inclut en particulier les systèmes réels modélisés ainsi par le système formel.

1.3 Introduction: pour quoi, pourquoi et comment naissent les institutions

Les institutions qui structurent la plupart des marchés sont liées au caractère incomplet des informations dont disposent les agents, et à la manière dont ceux-ci l'obtiennent, la traitent et l'utilisent.



1.4 Quels problèmes peuvent se poser sur un marché et quelles institutions contribuent à leur solution?

Les problèmes des producteurs:

- Que produire et combien?
- Courbe d'offre prix / quantité

Les problèmes des acheteurs

- Quelle produit et quels fournisseurs correspondent à mes besoins?
- Courbe de demande prix / quantité ?

Emergence d'institutions comme "solutions" aux problèmes précédents:

- les fonctions d'intermédiaire: grossistes, banquiers, brokers...
- les conventions, règles, comportements;
- les réseaux d'échange...

suivant les informations disponibles, leur coût et l'aversion pour le risque des producteurs et des acheteurs.

1.5 Acheteurs et choix des produits

Considérons le problème d'un acheteur qui doit choisir un produit (ou un vendeur) parmi d'autres.

Deux cas extrêmes dans la gamme des informations disponibles pour l'acheteur:

- L'information est publique, mais les acheteurs ont la mémoire courte. Ils basent leurs choix sur les choix des autres agents à la période précédente.
- L'information est privée et les agents se basent sur l'histoire de leurs transactions précédentes.

Données → Préférences → Décisions

Dans le cas de l'information publique, l' établissement des préférences est basé sur un comportement d'imitation. La préférence d'un agent de référence i pour le choix l s'écrit:

$$U_l = u_{l0} + J n_l, \tag{1}$$

où n_l est la part de marché du produit l.

Dans le cas de l'information privée, les préférences sont basées sur les expériences antérieures de l'agent, suivant un processus d'apprentissage dans lequel l'agent "intègre" à chaque instant t les "utilités" de ses choix antérieurs:

$$U_l(t) = (1-\gamma) \cdot U_l(t-1) + \ u_l(t), \tag{2}$$

$U_l(t)$ est donc une moyenne mobile des utilités et γ le coefficient de mémoire.

Dans les deux cas les agents choisissent chaque produit l de préférence U_l suivant une loi de probabilité:

$$P_l = \frac{\exp(\beta U_l)}{\sum_l \exp(\beta U_l)}, \tag{3}$$

où β est le coefficient de discrimination de l'agent.

1.6 La solution en champ moyen

L'approximation de champ moyen consiste à remplacer respectivement n_l et $u_l(t)$ dans les équations 1 et 2 par leur moyenne evaluée à partir des probabilités exponentielles de l'équation 3.

Pour le cas de l'information publique:

$$n_1 - n_2 \ = \ Th[\beta \ \frac{u_{01} - u_{02} + J(n_1 - n_2)}{2}], \qquad (4)$$

Pour le cas de l'information privée:

$$\gamma(U_1 - U_2) - \frac{u_{01} - u_{02}}{2} = \frac{u_{01} + u_{02}}{2} \ Th[\frac{\beta(U_1 - U_2)}{2}] \qquad (5)$$

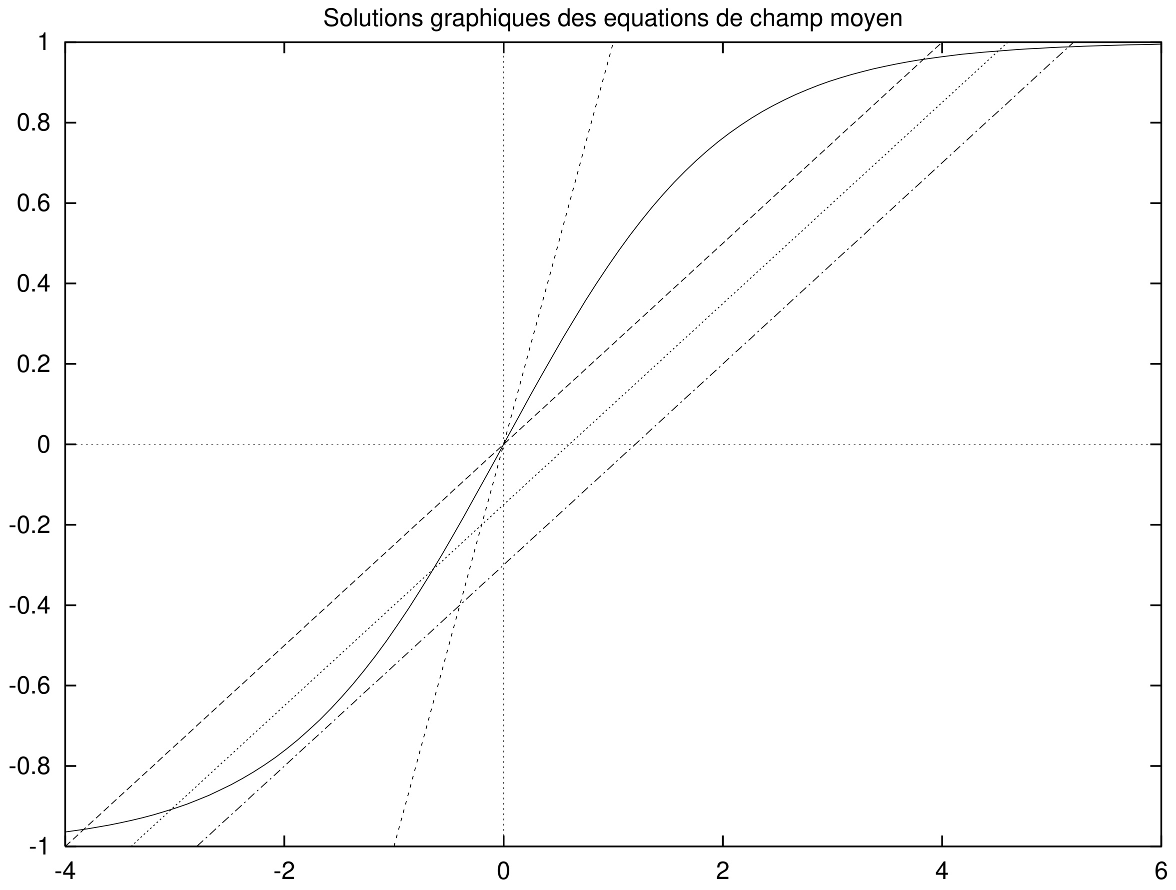


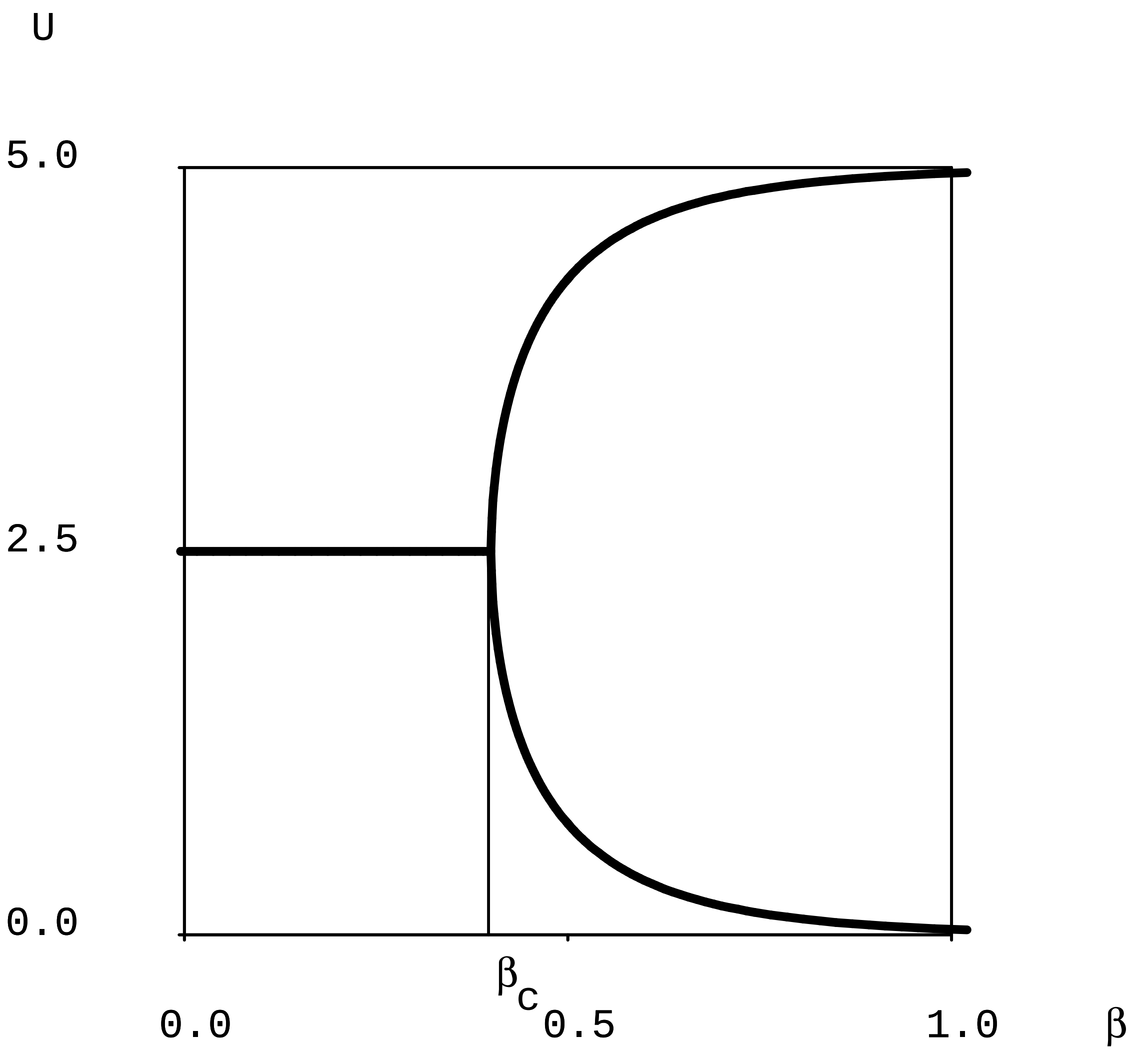
Figure 1: Résolution graphique des équations de champ moyen. Suivant la pente et l'écart à l'origine de la droite, on observe une ou trois intersections des deux courbes.

1.6.1 La transition de phase

Suivant les valeurs de β, le taux de discrimination, on observe deux régimes dynamiques, séparés par une transition abrupte.

- Si β est faible, la pente de la tangente hyperbolique est inférieure à celle de la droite et l'équation de champ moyen n'a qu'une solution. Si les deux produits sont équivalents ($u_{01} = u_{02}$), les préférences sont égales. Sinon il peut y avoir une faible préférence pour un produit. C'est le régime désordonné: les préférences sont nulles ou peu marquées.

- Pour les fortes valeurs de β les préférences sont très marquées, et l'un des produits l'emporte sur l'autre en terme de parts de marchés, même dans le cas symétrique ($u_{01} = u_{02}$). C'est le régime organisé. Celui des produits qui l'emporte est essentiellement déterminé par les conditions initiales et non par les préférences a priori.



La transition entre les deux régimes se produit à $\beta = \beta_c$ lorsque la pente de la droite est la même que celle de la tangente hyperbolique à l'origine. Dans le cas symétrique:

$$\beta_c = \frac{2}{J} \; ou \; \frac{2\gamma}{u_0} \tag{6}$$

suivant le cas de l'information publique ou privée.

Uniformité et diversité

dans le régime organisé

- Information publique: l'un des produits l'emporte sur l'autre en termes de part de marché. Le processus d'imitation entraine l'uniformité des choix.
- Information privée, les acheteurs sont indépendants les uns des autres et le processus de mémorisation concerne chacun d'entre eux *individuellement*: le processus d'organisation ne concerne que le comportement des individus et ne conduit pas à l'élimination d'un produit par l'autre.

Hétérogénéité des caractéristiques des acheteurs

- Dans le cas de l'imitation, on observe soit un régime organisé pour l'ensemble des acheteurs avec un produit dominant presque totalement le marché, ou bien, au contraire le régime désordonné.
- Au contraire, dans le cas de la mémorisation, certains acheteurs sont fidèles à l'un des produits et les autres ont un comportement désordonné et achètent aléatoirement (au cours du temps) un produit ou l'autre. Ordre et désordre co-existent. Cependant, la distribution des comportements est bi-modale.